

UMA REVISÃO DE TRÊS PACOTES DE SOFTWARE DEDICADOS A PROBLEMAS MULTIATRIBUTO

*João Clímaco*¹

*Luís Dias*²

*Luís alçada Almeida*³

Resumo: Neste trabalho, descrevemos e fazemos uma revisão crítica de três pacotes de *software* interativos, conotados com um paradigma de aprendizagem, dedicados a modelos multiatributo e baseados em trabalhos de pesquisa e/ou desenvolvimento em que estiveram envolvidos investigadores do INESC-Coimbra. Nomeadamente, o VIP-Analysis baseado no modelo aditivo de agregação de funções de valor, utilizando informação imprecisa sobre os coeficientes de escala; o sistema IRIS (Interactive Robustness analysis and parameters Inference for multicriteria Sorting problems) dedicado à problemática de classificação, de acordo com um conjunto ordenado de categorias previamente definido, baseado no método ELECTRE TRI, mas não exigindo que o agente de decisão fixe valores precisos para todos os parâmetros deste método; e, finalmente, um interface *web*, denominado “MATRIX”, para uma base de métodos que inclui : Simple Additive Weighting e TOPSIS, VIKOR, ELECTRE I, ELECTRE III, ELECTRE IV, ELECTRE TRI e AHP.

Palavras-chave: Avaliação multicritério, análise de decisão, informação imprecisa, sistemas de apoio à decisão

Abstract: In this work we outline and make a critical discussion of three software packages dedicated to multiattribute models, based on a learning oriented paradigm and involving in its development researchers of INESC-Coimbra. Namely, VIP-Analysis based on the additive model in order to aggregate value functions, but just requiring imprecise information on the scale coefficients; the IRIS system (Interactive Robustness analysis and parameters Inference for multicriteria Sorting problems) dedicated to the sorting problematic, according to a pre-defined set of categories, based on the ELECTRE TRI, but not requiring the decision maker to fix precise values for all parameters of the method; and, finally, an web interface, called “MATRIX”, for a base of methods including: : Simple Additive Weighting and TOPSIS, VIKOR, ELECTRE I, ELECTRE III, ELECTRE IV, ELECTRE TRI e AHP.

Keywords: Multi-criteria evaluation, decision analysis, imprecise information, decision support systems

¹ INESC Coimbra, Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores de Coimbra, Universidade de Coimbra. E-mail : jclimaco@inescc.pt

² INESC Coimbra e FEUC – Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra. E-mail: lmedias@fe.uc.pt

³ INESC Coimbra e FEUC – Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra. E-mail: alcada@fe.uc.pt

1. INTRODUÇÃO

Em IO/Ciência do Apoio à Decisão a utilização de Modelos Multicritério é não só cada vez mais comum como necessária, afirmando-se muitas vezes que, em geral, os problemas reais do mundo atual são “por natureza” multicritério. Na verdade, as coisas devem colocar-se de forma um pouco diferente. A realidade é de facto multidimensional, em quase todas as situações, mas quando se usam modelos com vista a apoiar agentes de decisão, o que está em causa é uma representação de aspectos relevantes dessa realidade, e nunca a própria realidade. Sendo assim, a representação da realidade multidimensional por modelos multicritério, é, como diz (Bouyssou, 1993), uma *questão de fé*. Acreditamos que, nos nossos dias, se justifica em muitíssimas situações, mas depende sempre do que se pretende ao utilizar um modelo. É claro que há casos em que, apesar da realidade ser multidimensional, um só critério permite avaliar adequadamente os aspectos relevantes do processo de decisão, susceptíveis de ser modelados.

Feita esta ressalva inicial, a área do Apoio Multicritério à Decisão encontra-se hoje consolidada, com inúmeras propostas a nível de métodos, *software* e aplicações (Belton e Stewart 2002; Figueira et al. 2005; Ishizaka e Nemery 2013). Vamos tipificar, de forma esquemática, os modelos multicritério de apoio à decisão em duas classes. Em primeiro lugar, os que normalmente se designam por Modelos de Programação Matemática Multiobjectivo, em que as alternativas a avaliar são definidas implicitamente, isto é, analiticamente através de restrições. Na segunda categoria incluem-se os modelos, que designaremos por Multiatributo/Discretos, em que as alternativas são em número finito, geralmente pequeno, e conhecidas explicitamente. Os pacotes de *software*, que serão descritos e avaliados criticamente neste trabalho, destinam-se a modelos do segundo tipo.

Para podermos sumariar o que iremos referir em mais detalhe nos parágrafos seguintes, começemos por caracterizar,

utilizando a classificação mais comum na literatura da especialidade, os métodos que se têm desenvolvido para tratar estes modelos. Note-se que podem ser dedicados a problemáticas diversas, a saber: escolha, ordenação ou classificação das alternativas (veja-se, por exemplo, em Roy e Bouyssou, 1993). Muito esquematicamente podemos identificar, para além de métodos que utilizam regras de decisão simples (como, por exemplo, a regra conjuntiva e a regra disjuntiva), os métodos comumente designados como métodos da Escola Americana (Keeney e Raiffa, 1993), baseados na construção de funções valor/utilidade, e os métodos da Escola Francesa / Escola Europeia, baseados na construção de relações de ordem parcial (veja-se, por exemplo, os métodos da família ELECTRE em Roy e Bouyssou (1993), que se baseiam em relações de prevalência /*outranking*).

Note-se que métodos dos dois tipos podem ser integrados em sistemas informáticos interativos especialmente vocacionados para realizar análises de sensibilidade e de robustez (Dias, 2007; Roy, 1998; Vincke, 1999), particularmente relevantes na agregação de preferências em análise multicritério. Em IO/Ciência do Apoio à Decisão a fixação de parâmetros é sempre um aspecto crítico, o que se agrava em apoio multicritério à decisão, já que, para além dos parâmetros estruturais do modelo, este também envolve parâmetros associados à agregação das preferências dos agentes de decisão.

Neste trabalho, vamos descrever e fazer uma revisão crítica de três pacotes de *software* interativos, conotados com um paradigma de aprendizagem, dedicados a modelos multiatributo, baseados em trabalhos de pesquisa e/ou desenvolvimento em que estiveram envolvidos investigadores do INESC-Coimbra.

No parágrafo 2 será apresentado o VIP-Analysis (Dias e Clímaco, 2000). Trata-se duma ferramenta de apoio à decisão dedicada à problemática de escolha em modelos multiatributo, baseada na utilização do modelo aditivo para agregar funções valor (Keeney e Raiffa, 1993). Contudo, deve salientar-se que, neste caso,

não se exige ao agente de decisão que fixe de forma exata os coeficientes de escala, mas apenas informação parcial sobre estes. Mais recentemente foi proposta uma nova versão do VIP-Analysis, disponibilizada on-line, implementada como *Decision Deck plug-in* (Clímaco *et al.*, 2009). Uma extensão para decisão em grupo foi proposta em (Dias e Clímaco, 2005) e uma extensão para negociação em (Clímaco e Dias, 2006).

O parágrafo 3 será dedicado ao sistema IRIS.

O sistema IRIS (Interactive Robustness analysis and parameters Inference for multicriteria Sorting problems - Dias e Mousseau, 2003) é dedicado à problemática de classificação, de acordo com um conjunto ordenado de categorias previamente definido. Baseia-se no método ELECTRE TRI (Yu, 1992), mas não exige que o agente de decisão fixe valores precisos para todos os parâmetros do método.

Uma extensão para decisão em grupo foi proposta em (Damart *et al.*, 2007).

Por fim, no parágrafo 4 descreve-se e faz-se uma análise crítica da interface *web*, denominada “MATRIX”, para uma base de métodos desenvolvida por Luís Alçada Almeida (Alçada-Almeida, 2007). Nesta base estão incluídos métodos como: Simple Additive Weighting e TOPSIS (Yoon e Hwang, 1995), VIKOR (Duckstein e Opricovic, 1980), ELECTRE I (Benayoun *et al.*, 1966; Roy, 1968), ELECTRE III (Roy, 1978), ELECTRE IV (Roy e Hugonnard, 1982), ELECTRE TRI (Yu, 1992) e AHP (Saaty, 1980). Note-se que, para a edição interativa de problemas, se disponibiliza um *web browser interface*. Deve referir-se que este *software* teve antecessores tipo *desktop*, na década de 90 do século passado, que se encontram descritos em (Antunes *et al.*, 1994 e Dias *et al.*, 1997).

2. VIP-ANALYSIS

O software VIP-Analysis (Dias e Clímaco, 2000) dedica-se ao problema de escolher uma alternativa entre uma lista com várias possibilidades. Descreve-se neste parágrafo a versão original, que opera

com ficheiros de texto num computador pessoal com sistema de operação Windows®.

O VIP-Analysis baseia-se no modelo aditivo de agregação de funções de valor (ou de utilidade) (Keeney e Raiffa, 1993). Segundo este modelo, inicialmente cada alternativa é avaliada segundo cada um dos critérios individualmente. Seja $v_j(a_i)$ o valor segundo o j -ésimo critério ($j=1, \dots, n$) de uma alternativa a_i . Então, se houver n funções-valor, o modelo aditivo agrega-as através de uma soma ponderada onde intervêm n coeficientes de escala positivos k_1, \dots, k_n (também designados por constantes de escala):

$$v(a_i) = \sum_{j=1}^n k_j v_j(a_i) \quad (1)$$

Os coeficientes de escala refletem relações de conversão entre unidades de valor nas diferentes funções v_1, \dots, v_n . Por exemplo, se $k_1=2k_2$, então uma unidade de valor em v_1 vale tanto como 2 unidades de valor em v_2 , ou seja há uma relação de *trade-off* de 1:2. Esta forma simples de agregação é válida se for verificada a condição de independência aditiva entre as várias funções-valor (Keeney e Raiffa, 1993), o que implica que o *trade-off* entre dois critérios não dependa do valor nos restantes critérios. Por norma, os coeficientes de escala são normalizados de forma a que a sua soma seja a unidade.

A eliciação dos valores para os coeficientes de escala que refletem os *trade-offs* dos decisores revela-se muitas vezes problemática. Existe, em primeiro lugar, a possibilidade de os decisores não interpretarem adequadamente o seu significado, que não corresponde à noção intuitiva de importância do critério. Além disso, as preferências dos decisores podem não estar ainda claramente estabelecidas; estes podem ter relutância em expor tais preferências ou, simplesmente, o tempo disponível é inferior ao desejável para uma eliciação muito detalhada.

Uma forma de avançar no processo de decisão com informação pouco detalhada (também conhecida por informação parcial ou incompleta) consiste em trabalhar com restrições lineares, definindo dessa forma múltiplas versões do

modelo. Por exemplo, pode-se indicar que um coeficiente é maior do que outro, ou até indicar uma ordenação completa dos coeficientes, ou indicar limites para rácios de coeficientes (Hazen, 1986; Salo e Hämäläinen, 2001).

A partir da informação fornecida sob a forma de restrições, o sistema VIP-Analysis utiliza programação linear para identificar, entre outros, os seguintes resultados principais:

- A gama de variação do valor global de cada alternativa (calculando o mínimo e o máximo compatível com as restrições fornecidas);

- Para cada par de alternativas, a gama de variação da diferença de valor global entre as mesmas (calculando o mínimo e o máximo dessas diferenças compatível com as restrições fornecidas).

Para ilustrar estes resultados, consideremos um exemplo baseado em

dados de um problema de seleção de um local para uma usina nuclear analisado por (Keeney e Nair, 1976; Dias e Clímaco, 2000). A Figura 1 apresenta do lado esquerdo a avaliação (em termos de função-valor) das nove alternativas nos seis critérios considerados. O valor global de cada alternativa dependerá agora do vector dos coeficientes de escala k_1, \dots, k_n . Do lado direito da Figura 1 encontra-se o intervalo de valor global calculado pelo VIP-Analysis para cada alternativa, se os coeficientes de escala puderem assumir qualquer valor sem nenhuma restrição. Nestes casos, o valor máximo para uma dada alternativa corresponde tipicamente a igualar a 1 o coeficiente do critério em que tem mais valor e colocar os restantes coeficientes a zero.

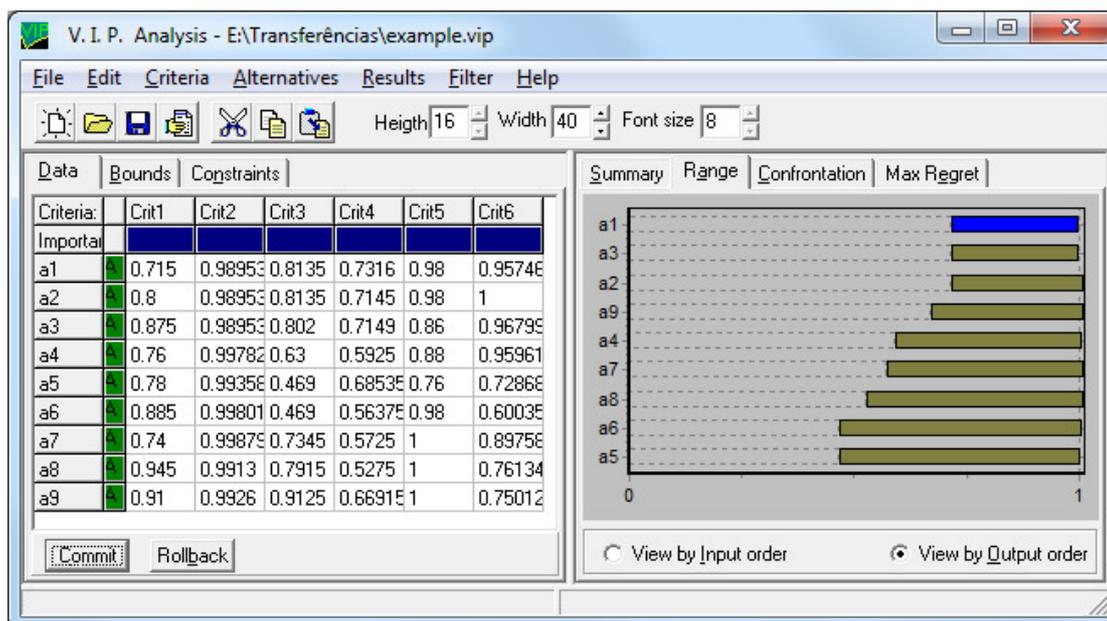


Figura 1. Dados do exemplo VIP-Analysis e gamas de valor global quando não há nenhuma restrição.

Entre as situações extremas de não indicar nenhuma informação acerca dos coeficientes de escala e indicar um valor numérico preciso para os mesmos, há muitas possibilidades de informação intermédia (ver, por exemplo, Sarabando e Dias, 2010). A Figura 2 mostra como os resultados se alteram se for requerida uma ordenação dos coeficientes de escala: $k_6 \geq k_1 \geq k_2 \geq k_4 \geq k_5 \geq k_3$, mas sem indicar valores numéricos para os mesmos. Com base nesta

informação de carácter ordinal, os intervalos de valor global determinados pelo VIP-Analysis reduzem-se significativamente.

Este resultado permite potencialmente excluir algumas alternativas, seja porque o seu valor máximo é inferior ao valor mínimo de outra (as alternativas a_5 e a_6 nunca serão melhores do que a_2), seja porque o seu valor mínimo é considerado demasiado

baixo. É também possível identificar quais as alternativas para as quais a diferença entre o seu valor mínimo e máximo é maior: trata-se das alternativas para as quais pode ser mais crítica a necessidade de

obter informação adicional (mais restrições ou restrições mais apertadas). Permite também ordenar as alternativas por ordem do mínimo valor que podem vir a ter, assumindo uma perspectiva pessimista.

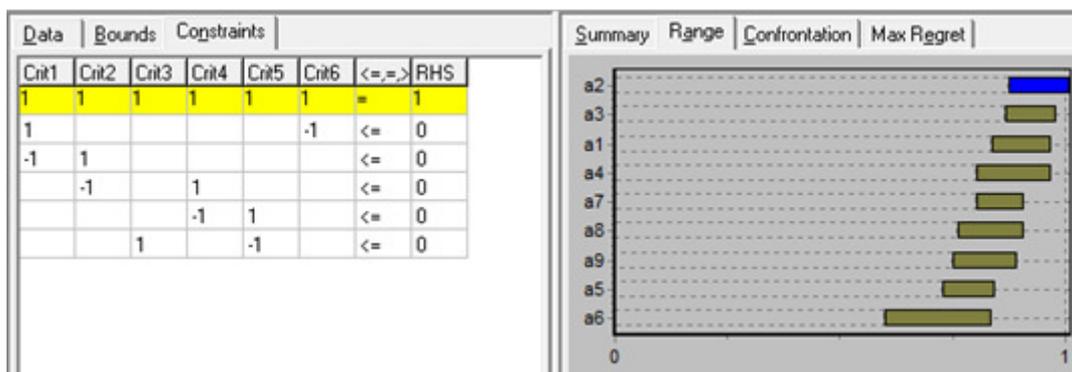


Figura 2. Gamas de valor global com informação ordinal.

A Figura 2 mostra que as gamas de valor global para a_1 e a_2 se intersectam. Porém, pode acontecer que quando a_1 se aproxime do seu valor máximo o mesmo suceda com a_2 , pelo que esta última continuaria a ser superior à primeira. O VIP-Analysis permite determinar a diferença máxima entre pares de alternativas a_i e a_j :

$$M_{ij} = \max_{(k1, \dots, kn)} [v(a_i) - v(a_j)] \quad (2)$$

A Figura 3 mostra estas diferenças máximas para todos os pares de alternativas. Por exemplo, $M_{12} = -0.018$ significa que a vantagem máxima de a_1 sobre a_2 é negativa, ou seja, a_1 nunca consegue ter maior valor do que a_2 face à ordenação imposta para os coeficientes de escala. Trata-se de uma conclusão robusta.

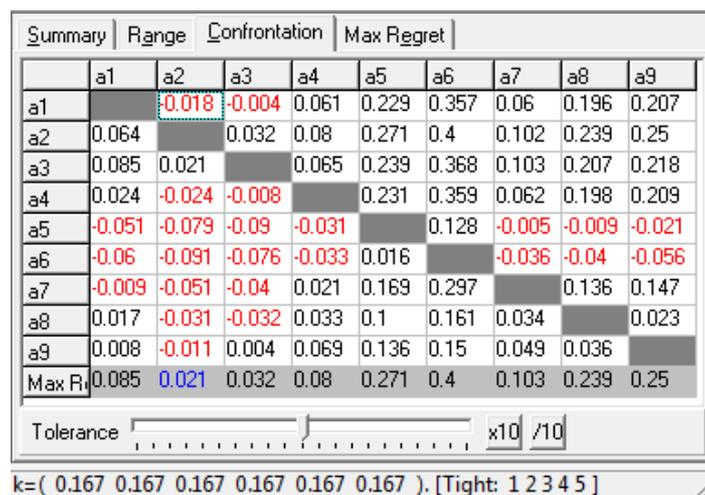


Figura 3. Diferenças máximas de valor com informação ordinal.

Este segundo tipo de análise permite identificar as alternativas que perdem sempre com alguma outra, qualquer que seja o vector de coeficientes de escala escolhido (de entre os que respeitam as restrições). Tais alternativas, ditas dominadas (no sentido da dominância aditiva), podem ser excluídas caso o processo de decisão vise seleccionar apenas uma ação. Neste exemplo, seriam todas excluídas excepto a_2 e a_3 . É ainda possível

ordenar as alternativas pela maior diferença de valor pela qual podem ser derrotadas, numa perspectiva de minimização do “arrependimento máximo” (linha “Max R” da Figura 3 e gráfico da Figura 4).

Uma das características distintivas do sistema VIP-Analysis face a outros sistemas que calculam resultados semelhantes (por exemplo, Podinovski, 1999) é a apresentação de vetores de coeficientes de escala conducentes ao

melhor ou ao pior caso para cada alternativa, ou para cada confronto de alternativas, bem como a lista das restrições de desigualdade cuja folga se anula para esses vetores. Por exemplo, na Figura 3, é indicado que o vector que conduz ao valor assinalado em M_{12} (célula seleccionada pelo utilizador) é o vector com coeficientes

todos iguais a 1/6. Tal permite confrontar o decisor acerca da aceitabilidade desses valores para os coeficientes de escala, promovendo a eliciação de novas restrições. Conforme sugerem Montgolfier e Bertier (1978), os modelos devem ser afinados no decurso do diálogo entre o analista e o decisor.

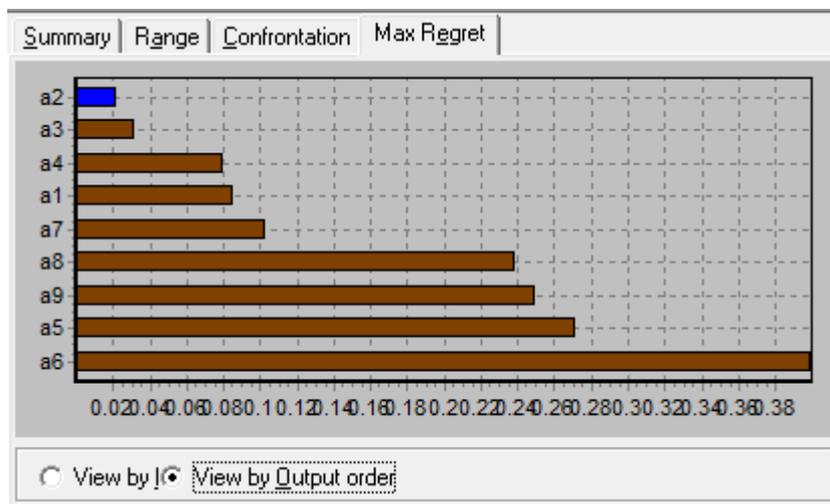


Figura 4. “Arrependimento máximo” com informação ordinal.

O terceiro tipo de análise permitido por este software não é aqui ilustrado, por se dedicar sobretudo a problemas com três critérios (ver exemplo em Dias e Clímaco, 2000). Trata-se de uma análise gráfica das regiões do espaço dos coeficientes de escala em que cada alternativa é superior às restantes, seguindo a ideia do método TRIMAP para alternativas discretas (Antunes e Clímaco, 1993).

O software VIP-Analysis tem sido distribuído aos interessados gratuitamente. Já foi cedido a centenas de investigadores de 50 países, com destaque para o Brasil. As aplicações já publicadas incluem, entre outras, Campos e Almeida (2006), Alencar e Almeida (2008), Brito *et al.* (2010), Ventura *et al.* (2012) e Ventura *et al.* (2014).

Em termos de metodologia, foram propostas extensões das ideias do VIP-Analysis para a decisão em grupo (Dias e Clímaco, 2005) e a negociação (Clímaco e Dias, 2006). Foi ainda desenvolvida uma versão para a plataforma multiutilizador Decision Deck (Clímaco *et al.*, 2009). Esta última segue um modelo cliente-servidor permitindo a ligação de vários utilizadores a uma base de dados central *MySQL*. Trata-se de uma componente de uma plataforma

de software *Open Source* para apoio multicritério à decisão que permite a criação de contas de administrador, decisor e avaliador, facilitando o trabalho colaborativo na construção de um modelo de avaliação. A versão Decision Deck do VIP-Analysis já permite a inserção dos desempenhos das alternativas nas suas unidades originais e a definição de funções-valor lineares por troços, tratando depois da conversão de desempenho em valor.

3. IRIS

O sistema IRIS (Dias e Mousseau, 2003) baseia-se em relações de prevalência, ao invés de funções-valor. A versão original opera com ficheiros de texto num computador pessoal, tendo posteriormente sido desenvolvida uma versão para a plataforma multiutilizador Decision Deck, à semelhança do VIP-Analysis.

O IRIS dedica-se à problemática de classificação de alternativas em categorias ordenadas, com base no método ELECTRE TRI. Este método classifica cada uma das alternativas comparando-a com os perfis-limite que definem cada categoria. De acordo com a variante implementada (ver detalhes em Dias e Mousseau, 2003), uma

alternativa é classificada numa dada categoria se for suficientemente boa para prevalecer sobre o perfil-limite inferior dessa categoria, mas não suficientemente boa para prevalecer sobre o perfil-limite superior da mesma categoria.

A conclusão de que uma alternativa prevalece sobre um perfil-limite baseia-se em verificar se o índice de credibilidade da prevalência atinge o limiar de corte definido pelo utilizador (um parâmetro do modelo). O índice de credibilidade, por sua vez, depende da (Roy, 1991; Dias e Mousseau, 2003; Mousseau e Dias, 2004):

- concordância média dos critérios em que a alternativa não é pior do que o perfil-limite, tendo em conta os pesos dos critérios bem como os limiares de indiferença e preferência que estabelecem a forma de comparar desempenhos em cada critério;
- discordância máxima oposta por um critério em que a alternativa seja significativamente pior do que o perfil-limite, de acordo com os limiares de discordância e veto definidos para cada critério.

Em relação à implementação original do ELECTRE TRI (Yu, 1992), o software IRIS segue a metodologia proposta por Dias *et al.* (2002), permitindo uma indicação pouco detalhada dos valores para os pesos dos critérios e para o limiar de corte exigido. Tal como no VIP-Analysis, esta informação pode ser indicada através de restrições lineares (por exemplo, indicar que um critério não pesa menos do que outro critério ou coligação de critérios). Para além disso, o IRIS aceita que se indiquem exemplos de classificação que devem ser reproduzidos, definindo indiretamente restrições adicionais para os parâmetros. Integra ainda a ideia de inferência de parâmetros a partir das restrições e exemplos de classificação de dados, conforme sugerido por Dias *et al.* (2002).

O sistema IRIS utiliza programação linear para identificar se é possível satisfazer as solicitações do decisor. Caso existam vectores de parâmetros capazes de respeitar as restrições dadas e reproduzir os exemplos de classificação, o IRIS apresenta, para cada alternativa, qual o

intervalo de categorias em que poderia ser classificada sem colocar em causa as solicitações do decisor.

A título de exemplo, a Figura 5 apresenta, no seu lado esquerdo, dados de uma avaliação de locais para potencialmente localizar um *Data Center* sob vários critérios da dimensão social. Detalhes sobre esta aplicação, que também envolve avaliações segundo as dimensões ambiental, económica e risco, podem ser vistos em (Covas *et al.* 2013). Consideremos inicialmente que não há nenhuma restrição a não ser um limite de 49% para o peso de cada critério (para impedir que um deles pese tanto como todos os outros) e um intervalo [51%, 67%] para o limiar de corte (num extremo admitindo uma maioria simples, noutra extremo requerendo uma maioria de 2/3). Consideremos ainda os parâmetros definidos pelo decisor para os perfis-limite e limiares dos critérios (Figura 6).

Os resultados apresentados no lado direito da Figura 5 são a gama de categorias em que cada alternativa pode ser classificada (por exemplo, o intervalo robusto de classificação para a primeira alternativa vai de C2 a C4) representando a cor mais escura uma classificação sugerida com base num vector de pesos central determinado por programação linear (vector apresentado na última linha, em que “lambda” é o limiar de corte e “k1”,...,“k10” representam os pesos).

O vector apresentado na penúltima linha corresponde a um vector de pesos que conduz a uma classificação indicada pelo decisor. No caso ilustrado na Figura 5, estando seleccionada a célula que corresponde a classificar a primeira alternativa na categoria C4, o vector indicado sugere qual o tipo de valores para os pesos que conduz a esse resultado. Desta forma os decisores podem entender porque é que determinada alternativa pode ser classificada numa categoria tão boa. Tal visa, à semelhança do VIP-Analysis, fomentar o diálogo acerca do valor dos parâmetros, tendo em vista a possível introdução de novas restrições.

Do diálogo com o decisor resultou o conjunto de restrições sobre os pesos dos critérios apresentado no lado esquerdo da

Figura 7: “ad1” impõe $k_9=k_{10}$, “ad2” impõe $k_7=k_8$, “ad3” impõe $-k_7-k_8+k_9 \geq 0$ (i.e., o nono critério pesa sozinho pelo menos tanto quanto o sétimo e o oitavo critérios em conjunto), etc. Recalculando os resultados surgem as gamas de categorias apresentadas do lado direito da figura. Comparando as Figuras 5 e 7, observa-se

que as restrições aos pesos estreitam as gamas de classificação. A classificação da primeira alternativa em C4, por exemplo, não é mais possível porque os pesos que conduziam a essa classificação foram excluídos pelas restrições entretanto introduzidas.

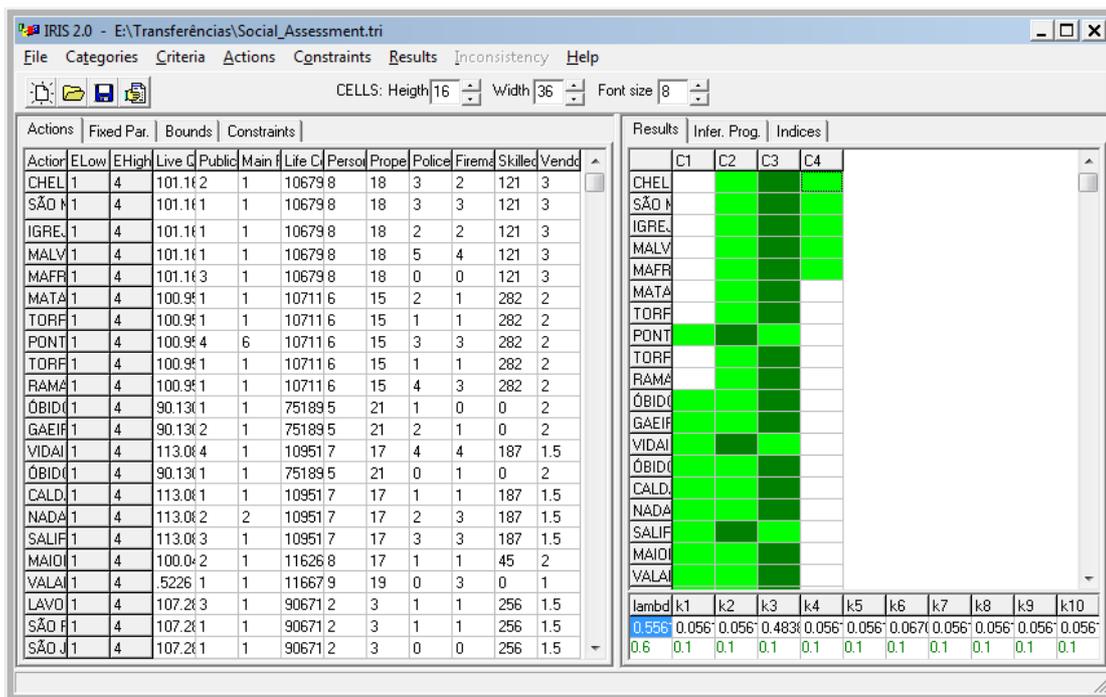


Figura 5. Dados do exemplo IRIS e gamas de classificação quando não há nenhuma restrição.

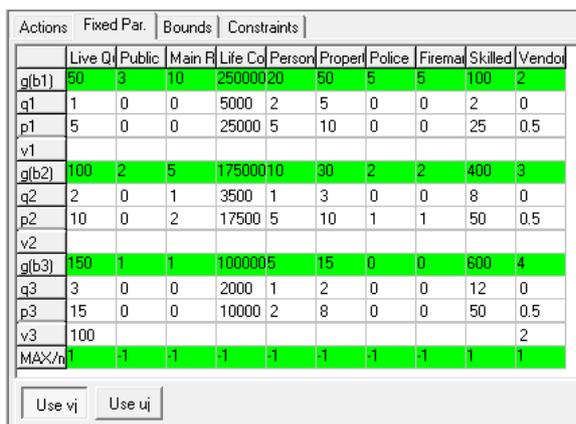


Figura 6. Perfis-limite e limiares de indiferença, preferência e veto.

A outra via permitida pelo IRIS de acrescentar informação, agora de forma indireta, consiste em indicar exemplos de classificação que o modelo deve reproduzir. Caso o exemplo não esteja contido nas gamas de classificação apresentadas o problema obviamente não admitirá solução. Porém, mesmo dentro das gamas apontadas, a introdução de vários exemplos em simultâneo também pode

originar um problema sem solução. Por exemplo, se o decisor solicitar que a última alternativa visível na Figura 7 (VALADARES) seja classificada em C1 e simultaneamente a 6ª alternativa (MATACAES) seja classificada em C3, o problema não admite solução: o subconjunto dos vectores que satisfaz um exemplo não intersecta o conjunto dos vectores que satisfaz o outro exemplo.

O IRIS disponibiliza um módulo de análise de inconsistências que sugere várias possibilidades de remoção de restrições, por forma a obter um problema com soluções admissíveis (v. detalhes em Mousseau *et al.*, 2003). Neste caso, como seria de esperar, as duas soluções apresentadas (Figura 8) são remover o exemplo de VALADARES ou remover o exemplo de MATACÃES. Se o decisor optasse por manter apenas o exemplo de

VALADARES, os resultados (Figura 9) não apenas confirmam essa classificação, como também reduzem a gama de categorias em que as restantes alternativas podem ser classificadas. Tal sucede porque não são agora admitidos os vectores que anteriormente colocavam VALADARES em C2 ou C3, os mesmos que permitiam outras classificações que se alteraram entre as Figuras 7 e 9.

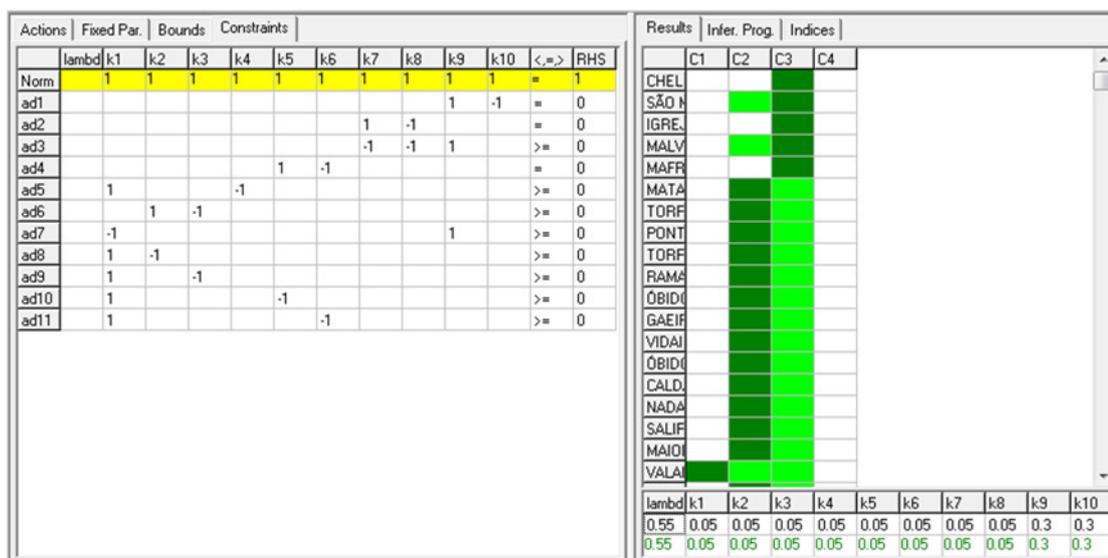


Figura 7. Introdução de restrições aos pesos e respetivo resultado.

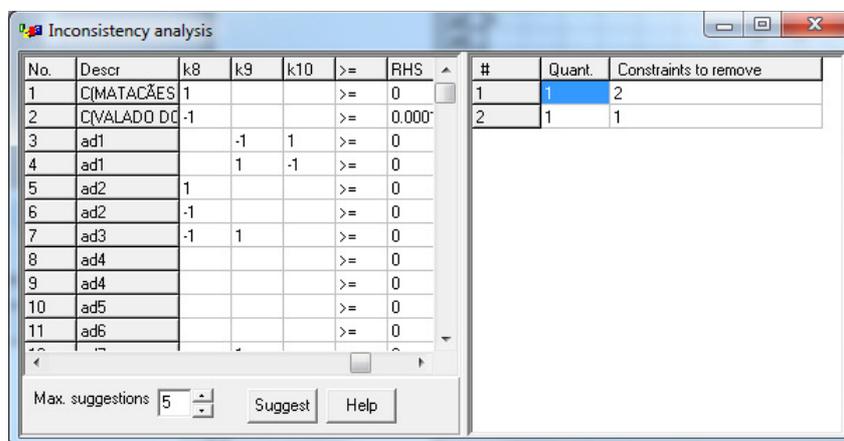


Figura 8. Análise de inconsistências.

O software IRIS foi distribuído como um software comercial para empresas e universidades na Europa, África e Ásia, não tendo por isso uma base de utilizadores tão grande como o VIP-Analysis. As aplicações já publicadas incluem, entre outras, Kpoumié (2006), Neves *et al.* (2008), Covas *et al.* (2013), Chakhar e Saad (2014), Sánchez-Lozano *et al.* (2014).

Em termos de metodologia, foram propostas extensões das ideias do IRIS para a decisão em grupo (Damart *et al.*, 2007). Foi ainda desenvolvida uma versão para a plataforma multiutilizador *open-source* Decision Deck, à semelhança do VIP-Analysis. Mais recentemente, outra forma de aceder às funcionalidades do IRIS é utilizando serviços *web* disponíveis na plataforma *diviz* (Meyer e Bigaret, 2012).

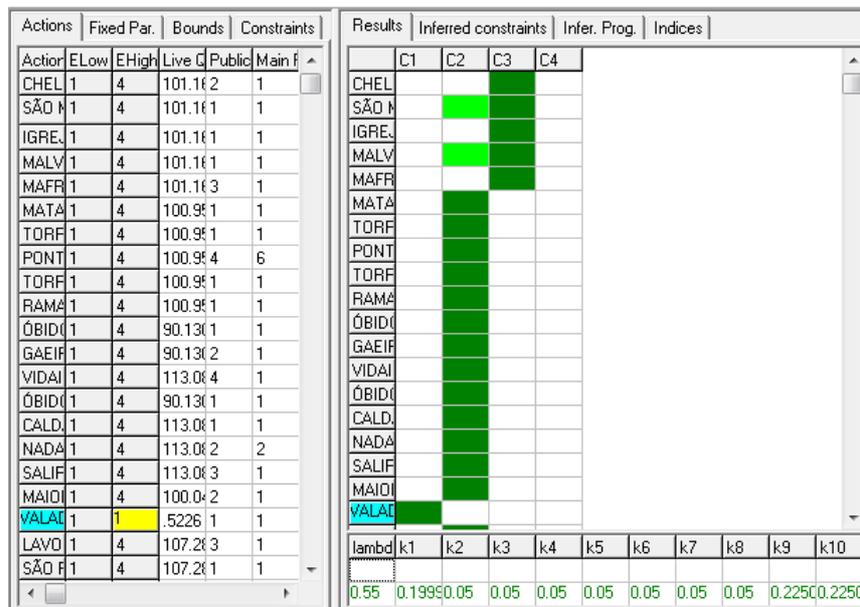


Figura 9. Introdução de um exemplo de classificação a reproduzir.

4. MATRIX

A *webapp* Matrix (<http://mad.dec.uc.pt/matrix>) implementa uma interface *web* que atua como *frontend* para um servidor centralizado de processos algorítmicos (Alçada-Almeida, 2007). Para além dos métodos discretos abordados nestes textos, este servidor incorpora ainda *solvers* para problemas contínuos formulados recorrendo a técnicas de programação linear inteira/mista e ainda *solvers* para problemas de circulação em redes.

Os processos algorítmicos centralizados podem ser utilizados mediante um registo como utilizador da referida interface *web* (<http://mad.dec.uc.pt/accounts/register/>), ou podem ser integrados, de forma transparente, em aplicações para plataformas *desktop*, *smartphone* ou *tablet*, como se dessas aplicações fizessem parte. Assim, mediante o estabelecimento de simples comunicações protocoladas de input/output com o servidor, as diferentes aplicações beneficiam de todas as vantagens da deslocalização e centralização do processamento intensivo em máquinas remotas de alto desempenho, podendo ser realçados:

- . os ganhos em tempo, ao evitar repetir implementações que especialistas já realizaram, de forma otimizada, e disponibilizaram à comunidade;

- . os ganhos económicos e em velocidades de execução, ao evitar a aquisição de máquinas dispendiosas de elevado desempenho, a rentabilizar apenas esporadicamente, deslocalizando o processamento intensivo para *arrays* de máquinas remotas, onde todos os investimentos podem ser rentabilizados e justificados por altas taxas de utilização pela comunidade de utilizadores;
- . os aproveitamentos imediatos, sem qualquer ação do lado das aplicações cliente locais, de optimizações algorítmicas, novas funcionalidades, etc., fruto de operações únicas e não redundantes, realizadas a nível central no servidor.

Os algoritmos centralizados e utilizados pela *webapp* Matrix já foram utilizados em diversos estudos publicados em revistas científicas e teses de doutoramento. Podemos destacar (Silva *et al.*, 2014; Alçada-Almeida *et al.*, 2009; Alçada-Almeida *et al.*, 2013). Antes da publicação em *frontend web*, o sistema *Matrix* já disponibilizou duas versões *desktop* para sistemas operativos clássicos *Macintosh*. A primeira, *MADM app* (Antunes *et al.*, 1994), disponibilizava um ambiente integrado onde vários métodos podiam ser aplicados sucessivamente a um mesmo problema. A análise de resultados em cada método era interativa pois era possível visualizar, em tempo real, as repercussões nos resultados das alterações

do quadro de preferências do decisor. A segunda versão, *Polyhedra app* (Dias *et al.*, 1997) alargava a interatividade à execução simultânea de vários métodos selecionados pelo decisor, que refletiam as alterações induzidas nos seus parâmetros, em tempo real, em resultados intermédios e finais. Nesta versão, a edição da própria matriz de impacto era também integrada no ambiente de execução simultânea, sendo considerada como mais um parâmetro do quadro de preferências do decisor. Assim, além das habituais variações nos pesos, valores de corte etc., o decisor podia também examinar tendências nos resultados de vários métodos, provocadas pela inativação

de uma alternativa, mudança de normalização ou alterações no desempenho de algumas alternativas em alguns atributos (por exemplo, na presença de incerteza na atribuição de algumas classificações).

A *homepage* da *webapp* Matrix confronta cada utilizador com a lista de problemas por si já criados (“*Problem List*”). Os utilizadores registados podem criar novos problemas ou analisar solicitações (execuções, “*requests*” – “*Request List*”) de problemas já criados (Figura 10). A marca a verde à esquerda do nome de cada *request* indica que essa execução já foi concluída sem erros e tem resultados armazenados.

The figure consists of two side-by-side screenshots of the iKreation web application. The left screenshot shows the 'Problem list' page. At the top, there is a navigation bar with 'Home', 'iKreation', and 'Logged in as moth | Logout'. Below the navigation bar is a 'New problem' button. The main content area is titled 'Problem list' and contains a table with the following data:

NAME	DESCRIPTION	LAST ACTIVITY	OPTIONS
Engevista	Problema para a revista Engevista		
passelos2 AvgData	Dados avg NS/EN 13 out 2014	2 weeks, 6 days	
Teste	tttdtydr		
passelos1	first stab	3 weeks, 2 days	
Carrros	Escolha de 3 carros	1 month	
Tacha	fact	1 month	

The right screenshot shows the 'Request List' page for the 'Engevista' problem. At the top, there is a navigation bar with 'Home', 'iKreation', and 'Logged in'. Below the navigation bar is a 'New request' button. The main content area is titled 'Request List' and contains a table with the following data:

NAME	OBSERVATIONS	METHOD	LAST ACTIVITY
Base+2 classes (Média+Boa)		ELECTRE TRI	12 hours, 5 min
Base		Soma Pesada	12 hours, 8 min
Base	Valores de Corte		12 hours, 10 min

A blue arrow points from the 'Engevista' row in the 'Problem list' table to the 'Request List' table in the right screenshot.

Figura 10. Lista de Problemas e Lista de Solicitações de um Problema

Cada problema da lista tem como base uma matriz de decisão a partir da qual são executadas todas as solicitações a ele associadas. Entre solicitações diferentes, relativas ao mesmo problema base, é possível fazer variar diferentes aspetos condicionantes da análise do problema de decisão, tais como:

- . os parâmetros dos métodos (razão mais comum para criar novas solicitações), como seja a alteração dos pesos dos atributos, valores de corte, alternativas de referência, etc.;
- . a adição ou eliminação de alternativas ou atributos, variação nas classificações (refletindo diferentes cenários), alterando a estrutura e composição da própria matriz de decisão;
- . os próprios métodos de análise do problema, cujos resultados ficam gravados em cada solicitação juntamente com a configuração exata do problema que os originou (para posterior recuperação do contexto de cada avaliação e eventual prossecução da análise).

Para exemplificar o processo de edição de um problema, e posterior análise de desempenho das respetivas alternativas mediante a execução de diferentes solicitações, vamos utilizar o problema clássico de escolha de automóveis.

Após a criação de um novo problema (botão “*New problem*” da Figura 10) é necessário definir uma primeira solicitação (botão “*New request*”). Esta deverá ser configurada tendo em mente um “mínimo denominador comum” entre todas as futuras solicitações a executar com base no problema associado. Assim, deverá conter toda a estrutura base de atributos e alternativas, bem como incluir a fixação de alguns indicadores de preferência que se prevejam predominantemente constantes entre execuções. Esta forma de edição acelera a preparação das futuras solicitações, pois estas serão construídas como expansão da solicitação inicial.

Na Figura 11 é apresentada a interface de edição e execução que se obtém quando se cria uma nova solicitação

para um problema, ou quando se recupera resultados apurados).
 uma solicitação já existente (com ou sem

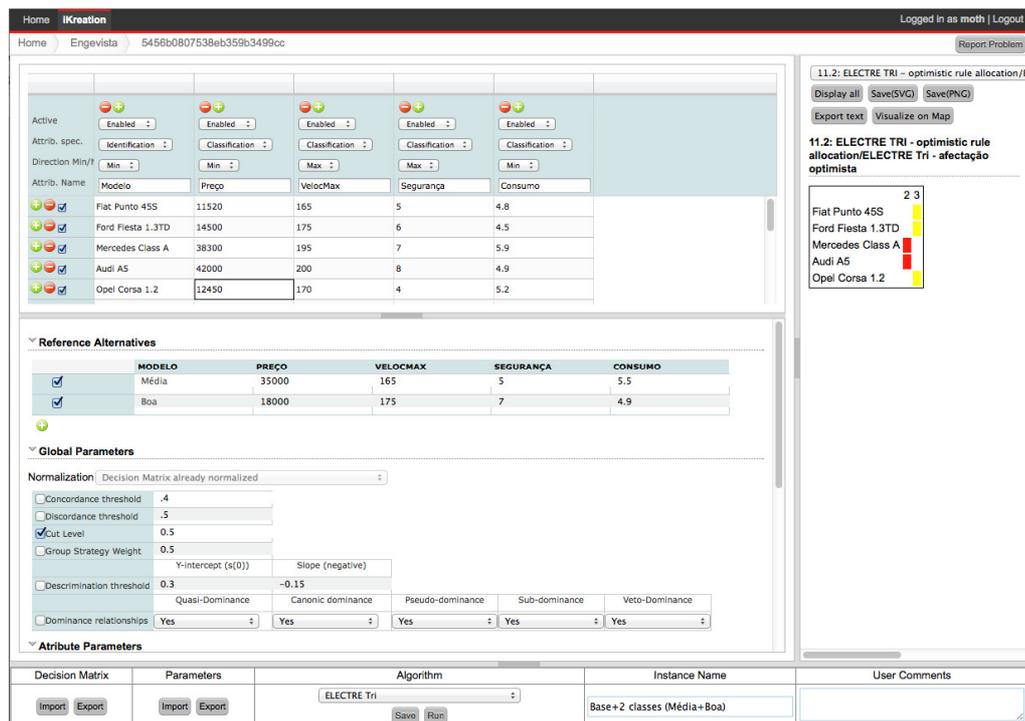


Figura 11. Edição de uma solicitação de execução (*request*) para um problema (área da interface com os “Parâmetros Globais” ao problema)

Na Figura 11 é visível a área de edição da matriz de impacto sendo intuitivos os modos de agir sugeridos pela interface (inserção e eliminação de alternativas e atributos, edição e indicação das alternativas de referência a considerar, edição de parâmetros globais ao problema, caracterização dos atributos, seleção dos métodos a executar e dos resultados a analisar). Na Figura 12 é apresentada (apenas) a área da janela de edição não visível na Figura 11, correspondente aos parâmetros locais (no contexto de cada

atributo) bem como à forma alternativa de atribuir pesos e construir a matriz de decisão, respetivamente, por comparações par-a-par entre atributos, e entre alternativas no contexto de cada atributo. Na Figura 12 é também selecionado outro resultado no âmbito da execução da mesma solicitação (ambos resultados do método ELECTRE TRI, antes – Figura 11 - o resultado da afetação otimista, agora – Figura 12 - a matriz de prevalência impacto/referência)

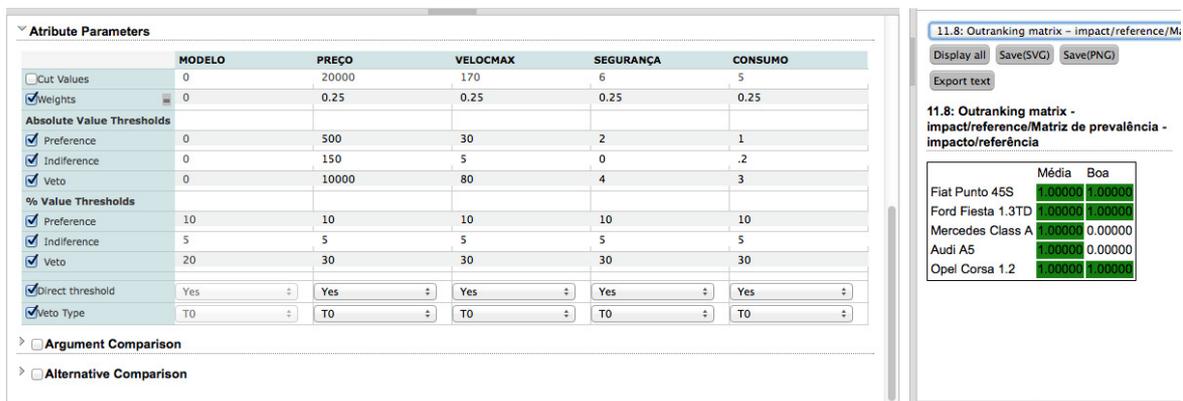


Figura 12. Edição de uma solicitação – Parâmetros no contexto dos atributos

Na Figura 13 é apresentado um resultado com características diferentes

(grafo dirigido) representado as relações de prevalência obtidas pelo método ELECTRE IV.

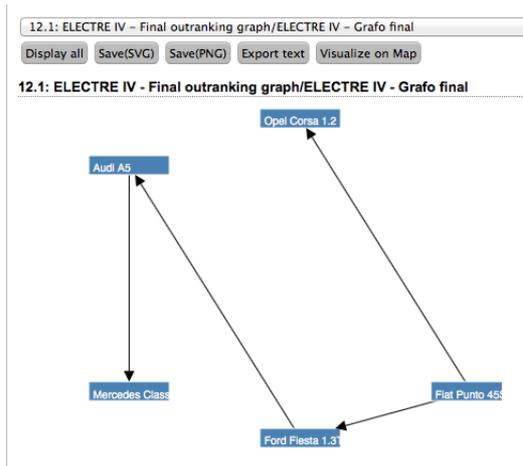


Figura 13. Relações de prevalência ELECTRE IV

Na Figura 14 é apresentada uma parte do conjunto de possíveis resultados, de diferentes tipos, gerados pelos diferentes métodos seleccionáveis pelo utilizador para abordar o mesmo problema (conjunto completo descrito no Anexo 1).

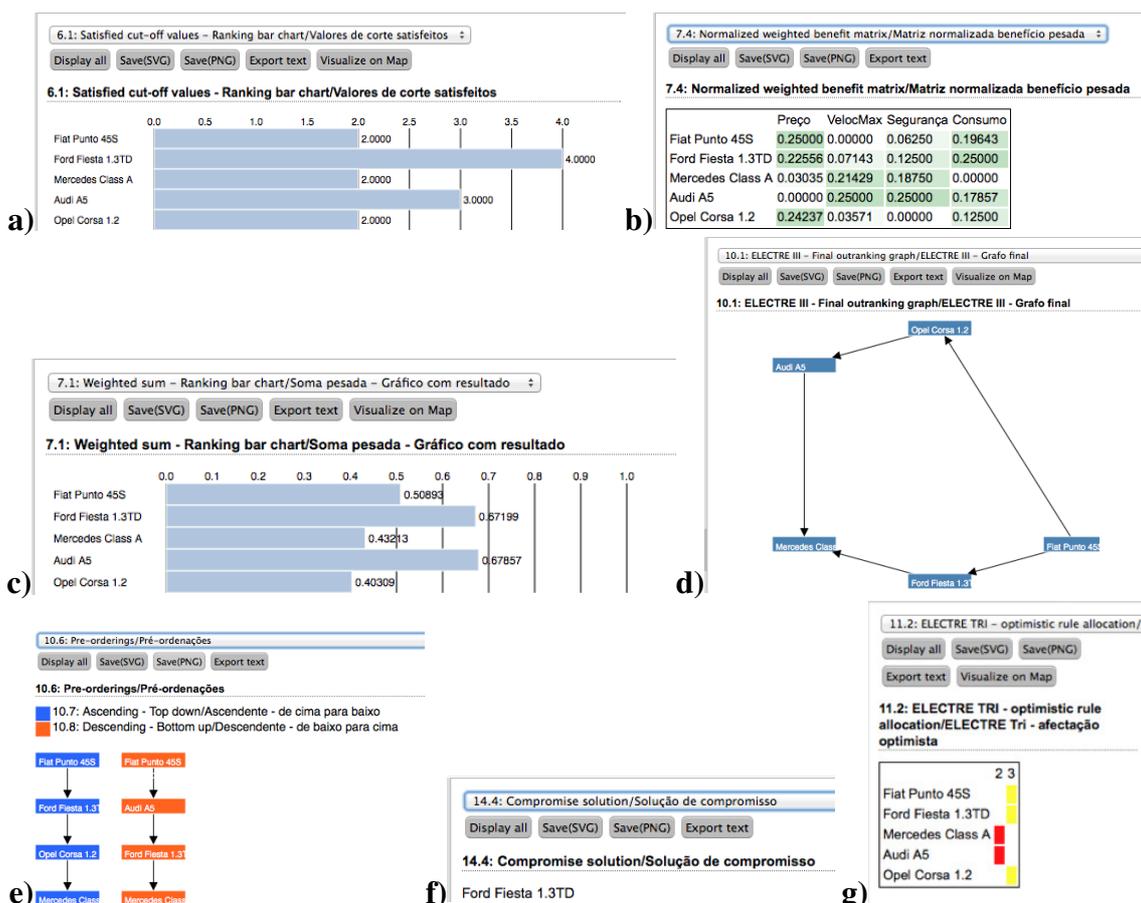


Figura 14. Exemplos de diferentes tipos de resultados apresentados pela webapp Matrix (descritos no Anexo 1).

A comunicação entre o *frontend* web Matrix e o servidor de algoritmos é, também, completamente controlada por um protocolo predefinido no que respeita à recriação dos objetos que suportam a interpretação dos resultados dos métodos a apresentar graficamente. Deste modo, tem sido possível integrar novos algoritmos de apoio à decisão no servidor sem reprogramar a *webapp* Matrix e, apesar

disso, os seus utilizadores passaram imediatamente a tirar proveito das novas capacidades analíticas integradas, sem necessidade de nenhuma ação de atualização de software. Tal é perfeitamente viável desde que os novos métodos integrados utilizem um subconjunto dos indicadores de preferência já definidos e devolvam resultados de acordo com as primitivas gráficas já incorporadas.

Na sequência de imagens apresentada é possível confirmar o carácter didático do sistema (ao permitir mostrar, intuitivamente, todos os passos que conduzem ao resultado de uma execução) bem como a sua aplicabilidade num contexto real de apoio à decisão onde vários utilizadores, em ambiente *web*, podem colaborar na construção de um problema e criar ramos alternativos de execução em que explicitam as suas preferências.

5. CONCLUSÃO

Por muito apelativa que seja uma metodologia de apoio à decisão, esta dificilmente terá expressão prática se não existir um *software* que facilite a sua implementação. Este artigo destacou três sistemas para apoio multicritério à decisão exemplificativos da importância que os autores e os seus colaboradores no INESC Coimbra e na Universidade de Coimbra atribuem ao desenvolvimento deste tipo de *software*. Cada um deles constitui um “pacote” de funcionalidades muito mais rico do que o simples cálculo do resultado de um método, que facilmente podia ser reproduzido numa planilha de cálculo. Cada um deles convida o decisor a seguir uma metodologia de análise fundada em múltiplos resultados a partir da informação inicial, através de um interface gráfico de fácil utilização.

Uma preocupação em comum a estes sistemas é a de apoiar as dúvidas que o decisor possa ter acerca do seu modelo de preferências. O VIP Analysis permite definir o modelo de forma incompleta, sem definir valores exatos para os coeficientes de ponderação. O IRIS permite o mesmo tipo de informação incompleta, e

acrescenta ainda a possibilidade de inferir um modelo a partir de resultados fornecidos como exemplos. O MATRIX convida o decisor não só a experimentar diferentes vectores de valores para os parâmetros, mas também a experimentar diferentes métodos de avaliação.

No momento de optar por um destes programas, o VIP Analysis e o IRIS serão particularmente adequados no caso de se desejar apoio à obtenção de conclusões robustas, escolhendo o primeiro em problemas de escolha ou ordenação em que se aceite compensação entre critérios e escolhendo o segundo em problemas de classificação em que se deseje evitar a compensação completa. O software MATRIX será uma escolha adequada quando a determinação automática de conclusões robustas seja dispensável e o decisor deseje experimentar diferentes métodos de avaliação. No entanto, é de notar que estes programas são apenas três exemplos entre muitos outros dedicados à avaliação multiatributo, vide revisões de Weistroffer et al. (2005) e de Patchak (2014).

Os softwares apresentados podem ser úteis não apenas em contextos de apoio à decisão, mas também para apoio ao ensino dos métodos de avaliação multicritério. Ao libertar os decisores e os estudantes da tarefa de calcular os resultados, o software permite a esses utilizadores focarem-se nos conceitos fundamentais do método. A interação com um *software*, visualizando de forma imediata as consequências de alterar os seus *inputs*, revela-se essencial para uma compreensão progressiva de como se ajusta um modelo de apoio à decisão às preferências do decisor.

AGRADECIMENTO

O INESC Coimbra é apoiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia, projeto PEst-OE/EEI/UI308/2014.

REFERÊNCIAS

- Alçada-Almeida, L. (2007): “Apoio à Decisão em Sistemas de Informação Geográfica - Aplicações em Engenharia Urbana e Estudo de Impactes Ambientais”, *Tese de Doutoramento*, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, Coimbra.
- Alçada-Almeida, L., Coutinho-Rodrigues, J., Almeida, J.P., 2013. “Interactive multicriteria decision support system for spatial planning analysis”. Proceedings of the ICE - Municipal Engineer, Volume 166, Issue 1, pp 3 –15
- Alçada-Almeida, L., Coutinho-Rodrigues, J., Current, J.R., 2009. A multiobjective modeling approach to locating incinerators, *Socio-Economic Planning Sciences*, Elsevier, vol. 43(2), pages 111-120, June.
- Alencar, L.H., Almeida, A.T., 2008. Multicriteria decision group model for the selection of suppliers. *Pesquisa Operacional*, 28(2), 321-337.
- Antunes, C.H., Climaco, J.N., 1993. Decision aid for discrete alternative multiple criteria problems: a visual interactive approach. *Information and Decision Technologies*, 19: 185-193.
- Antunes, C. H., Alçada-Almeida, L., Lopes, V., Clímaco, J.N., 1994. A Decision Support System Dedicated to Discrete Multiple Criteria Problems, *Decision Support Systems*, vol. 12, 327-335.
- Belton, V., Stewart, T., 2002. Multiple Criteria Decision Analysis: An Integrated Approach. Kluwer Academic, Dordrecht.
- Benayoun, R., Roy, B., Sussman, N., 1966. Manual de reference du programme electre, Note De Synthese et Formaton, vol. 25.
- Bouyssou, D., 1993. Décision multicritère ou aide multicritère?, *Bulletin du Groupe de Travail Européen "Aide Multicritère à la Décision"*, Séries 2, N° 2, 1-2.
- Brito, A.J.M., Almeida Filho, A.T., Almeida, A.T., 2010. Multi-criteria decision model for selecting repair contracts by applying utility theory and variable interdependent parameters. *IMA Journal of Management Mathematics* 21 (4): 349-361.
- Campos, V. R., Almeida, A.T., 2006. Modelo multicritério de decisão para localização de nova jaguaribara com vip analysis. *Pesquisa Operacional*, 26(1), 91-107.
- Chakhar, S., Saad, I., 2014. Incorporating stakeholders' knowledge in group decision-making, *Journal of Decision Systems*, Vol. 23, Iss. 1.
- Clímaco J.N., Dias, L.C., 2006. An approach to support negotiation processes with imprecise information multicriteria additive models, *Group Decision and Negotiation*, Vol. 15, No. 2, 171-184.
- Clímaco, J.N., Costa, J.A., Dias, L.C., Melo, P., 2009. Supporting collaborative multi-criteria evaluation: the VIP Analysis plug-in for Decision Deck, *International Journal of Decision Support System Technology*, Vol. 1, N.º 4, pp. 1-15.
- Covas, M., Silva, C.A., Dias, L.C., 2013. Multi-Criteria Decision Analysis for Sustainable Data Centers Location, *International Transactions in Operations Research*, Vol. 20(3), 269–299.
- Damart, S., Dias, L.C., Mousseau, V., 2007. Supporting Groups in Sorting Decisions: Methodology and Use of a Multi-criteria Aggregation-Disaggregation DSS, *Decision Support Systems*, Vol. 43, No. 4, pp. 1464-1475.
- Dias, L.C., Alçada-Almeida, L., Clímaco, J.N., 1997. *Apoio Multicritério à Decisão - Métodos e Software dedicados à Avaliação de um Conjunto de Alternativas*, Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra, 100pp. Inclui uma floppy disk com software de demonstração.

- Dias, L.C., Mousseau, V., Figueira, J., Clímaco, J.N., 2002. An Aggregation/Disaggregation Approach to obtain Robust Conclusions with ELECTRE TRI, *European Journal of Operational Research*, Vol. 138 (2), 332-348.
- Dias, L.C., 2007. A note on the role of robustness analysis in decision-aiding processes, in: B. Roy, M. Ali Aloulou, R. Kalai (eds), *Robustness in OR-DA*, Annales du LAMSADE, N.º 7, Université Paris-Dauphine, pp. 53-70.
- Dias, L.C., Clímaco, J.N., 2000. Additive aggregation with variable interdependent parameters: the VIP Analysis software, *Journal of the Operational Research Society*, 51, 1070-1082.
- Dias, L.C., Clímaco, J.N., 2005. Dealing with imprecise information in group multicriteria decisions: A methodology and a GDSS architecture, *European Journal of Operational Research*, Vol. 160, No. 2, 291-307.
- Dias, L.C., Mousseau, V., 2003. IRIS: A DSS for multiple criteria sorting problems, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 12, 285-298.
- Duckstein, L., Opricovic, S., 1980. Multiobjective optimization in river basin development. *Water Resources Research* 16 (1), 14-20
- Figueira, J., Greco, S. Ehrgott, M. (eds), 2005. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer.
- Hazen, G., 1986. Partial information, dominance, and potential optimality in multiattribute utility theory. *Operations Research* 34 (2), 296-310.
- Ishizaka, Alessio, and Philippe Nemery (2013), *Multi-Criteria Decision Analysis: Methods and Software*. Chichester: Wiley.
- Keeney, R.L., Nair, K., 1976. Evaluating potential nuclear power plan sites in the Pacific Northwest using decision analysis. IIASA Professional Paper, 1.
- Keeney, R.L., Raiffa, H., 1993. *Decisions with Multiple Objectives—preferences and Value Tradeoffs*. Cambridge & New York: Cambridge University Press.
- Kpoumié, A., Modèle intégré de structuration et d'évaluation des scénarios des technologies de l'hydrogène du point de vue de l'acceptabilité sociale, Thèse de doctorat, Université Paris-Dauphine, 2006.
- Meyer, P., Bigaret, S., 2012. *Diviz: a software for modeling, processing and sharing algorithmic workflows in MCDA*, *Intelligent Decision Technologies*, 6 (4) 283-296.
- Montgolfier, J., Bertier, P., 1978. *Approche multicritère des problèmes de décision*, Hommes et Techniques, Suresnes.
- Mousseau, V., Dias, L.C., Figueira, J., Gomes da Silva, C., Clímaco, J.N., 2003. Resolving inconsistencies among constraints on the parameters of an MCDA model, *European Journal of Operational Research*, Vol. 147, No. 1, 72-93.
- Mousseau V., Dias, L.C., 2004. Valued outranking relations in Electre providing manageable disaggregation procedures, *European Journal of Operational Research*, Vol. 156, No. 2, 467-482.
- Neves, L.P., Martins, A.G., Antunes, C.H., Dias, L.C., 2008. A multi-criteria decision approach to sorting actions for promoting energy efficiency, *Energy Policy*, Vol. 36, No. 7, pp. 2351-2363.
- Patchak, W.M., 2014, Decision analysis software survey, *OR/MS Today*, October 2014, 37-47.
- Podinovski, V.V., 1999. A DSS for multiple criteria decision analysis with imprecisely identified trade-offs, *European Journal of Operational Research* 113, 261-270.
- Roy, B., 1998. A missing link in OR-DA: robustness analysis, *Foundations of Computing and Decision Sciences* 23, 141-160.

- Roy B. e Bouyssou, D., 1993. Aide multicritère à la décision: méthodes et cas, Economica, Paris.
- Roy B., 1978. ELECTRE III: Un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences de critères multiples. Cahiers du CERO, 20(1):3-24.
- Roy B., Hugonnard J.C., 1982. Ranking of suburban line extension projects on the Paris metro system by a multicriteria method. Transportation Research, 16A(4) : 301-312.
- Roy, B., 1968. Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE). Revue Informatique et Recherche Opérationnelle, 2^a ed., 8 : 57-75.
- Roy, B., 1991. The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. Theory and Decision 31, 49–73.
- Salo, A., Hämäläinen, R., 2001. Preference ratio in multiattribute evaluation (PRIME) - elicitation and decision procedures under incomplete information. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans* 31 (6), 533-545.
- Sánchez-Lozano, J.M., Antunes, C.H., García-Cascales, M.S., Dias, L.C., 2014. GIS-based Photovoltaic Solar Farms site selection using ELECTRE-TRI: Evaluating the case for Torre-Pacheco, Murcia, Southeast of Spain, *Renewable Energy*, Vol. 66, pp 478–494.
- Sarabando, P., Dias L.C., 2010. Simple procedures of choice in multicriteria problems without precise information about the alternatives, *Computers and Operations Research*, 37(12), 2239–2247.
- Saaty, T.L., 1980. The Analytic Hierarchy Process, New York: McGraw Hill.
- Silva, S., Alçada-Almeida, L., Dias, L., 2014. “Using Web Multicriteria Spatial Decision Support System for assessment of Environmental Sustainability of Dairy Farms”, *Computers and Electronics in Agriculture*, Volume 108, October 2014, Pages 46–57. DOI: 10.1016/j.compag.2014.06.009
- Ventura A., Dias, L.C., Clímaco, J.N. 2012. Developing an implementation model to VIP Analysis Software by using Action Research, in: A. T. de Almeida, D. C. Morais, S. F. D. Daher (eds), *Group Decision and Negotiation 2012*, Proceedings: Volume II; Recife, Editora Universitária UPFE, 2012, pp. 301-315.
- Ventura A., Dias, L.C., Clímaco, J.N. 2014. On facilitating group decision making processes with VIP Analysis, in: P. Zaraté, G. E. Kersten, J. E. Hernández (eds), *Group Decision and Negotiation. A Process-Oriented View. Lecture Notes in Business Information Processing Volume 180*, 2014, pp 246-253.
- Vincke, Ph., 1999. Robust solutions and methods in decision aid, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 8, 181-187.
- Weistroffer H.R., Smith, C.H., Narula, S.C., 2005, Multiple Criteria Decision Support Software. In J. Figueira, S. Greco, M. Ehrgott (eds), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Springer.
- Yoon, K.P., Hwang, C.L., 1995. Multiple attribute decision-making: an introduction. *Sage University papers - Series on Quantitative Applications in the Social Science* 104(13). Sage Publications, London (UK)
- Yu, W., 1992. ELECTRE TRI: Aspects Méthodologiques et Manuel D’utilisation. Document du LAMSADE. Université de Paris–Dauphine, Paris, Working Paper no. 74.

Anexo 1

O conjunto completo de gráficos, exemplificados na Figura 14 e utilizados como suporte à interpretação dos resultados produzidos pela execução dos métodos, são os seguintes e são invocados nos seguintes resultados:

- tipo a) - “Gráfico de Barras” representando quantidades absolutas e invocado pelos resultados intermédios ou finais:

- 2 Teste de Dominância**

- 2.2 Contagem de dominâncias sofridas
 - 2.3 Contagem de dominâncias exercidas
 - 2.4 Contabilização global de dominâncias

- 5 Soma Posicional**

- 5.1 Soma posicional

- 6 Teste de Corte**

- 6.1 Valores de corte satisfeitos

- 9 ELECTRE I**

- 9.2 Número de subordinações sofridas
 - 9.3 Número de subordinações exercidas
 - 9.4 Contabilização global de subordinações

- 10 ELECTRE III**

- 10.4 Agregação das destilações

- 12 ELECTRE IV**

- 12.4 Agregação das destilações

- tipo b) - “Matriz de Valores Reais ou Inteiros” representando quantidades absolutas (opcionalmente graduadas em rampa de cores) associadas à interseção entre linhas (que indexam um conjunto configurável de entidades) e colunas (que indexam o mesmo ou outro conjunto de entidades):

- 3 Valores Mínimos Relativos (MinMin/MaxMin)**

- 3.2 Matriz normalizada custo/benefício
 - 3.3 Matriz normalizada benefício

- 4 Valores Máximos Relativos (MinMax/MaxMax)**

- 4.2 Matriz normalizada custo/benefício
 - 4.3 Matriz normalizada benefício

- 5 Soma Posicional**

- 5.2 Mapa posicional

- 7 Soma Pesada**

- 7.2 Matriz normalizada custo/benefício
 - 7.3 Matriz normalizada benefício
 - 7.4 Matriz normalizada benefício pesada
 - 7.5 Valores pesados

- 8 TOPSIS**

- 8.2 Matriz normalizada custo/benefício
 - 8.3 Matriz normalizada benefício
 - 8.4 Matriz normalizada benefício pesada
 - 8.5 Solução anti-ideal (Valores normalizados)
 - 8.7 Solução ideal (Valores normalizados)
 - 8.9 Distâncias à solução anti-ideal (Valores normalizados)
 - 8.11 Distâncias à solução ideal (Valores normalizados)
 - 8.13 Classificações finais (Valores normalizados)

- 9 ELECTRE I**

- 9.6 Matriz de concordância
 - 9.7 Matriz de discordância
 - 9.11 Limiares (Valores normalizados - Concordância/Discordância)

- 10 ELECTRE III**

- 10.9 Matriz de concordância global
- 10.10 Matriz de credibilidade
- 10.11 Número de reajustes dos limiares de veto\indiferença
- 11 ELECTRE Tri**
- 11.3 Matriz de referência
- 11.4 Matriz de concordância global - impacto/referência
- 11.5 Matriz de concordância global - referência/impacto
- 11.6 Matriz de credibilidade - impacto/referência
- 11.7 Matriz de credibilidade - referência/impacto
- 11.8 Matriz de prevalência - impacto/referência
- 11.9 Matriz de prevalência - referência/impacto
- 11.10 Número de reajustes dos limiares de indiferença
- 11.11 Número de reajustes dos limiares de veto
- 12 ELECTRE IV**
- 12.9 Número de reajustes dos limiares de veto\indiferença
- 12.10 Matriz de credibilidade
- 12.11 Contagem de vetos
- 12.12 Contagem de preferências fortes
- 12.13 Contagem de preferências fracas
- 12.14 Contagem de indiferenças (sendo melhor)
- 12.15 Contagem de igualdades
- 12.16 Contagem de desvantagens
- 13 Processo Analítico Hierárquico**
- 13.2 Pesos dos atributos
- 13.3 Inconsistência na comparação dos atributos (% Inconsistência)
- 13.5 Classificações das alternativas
- 13.6 Inconsistência na comparação das alternativas (% Inconsistência)
- tipo c) - “Gráfico de Barras” representando valores normalizados no intervalo [0;1]:
- 3 Valores Mínimos Relativos (MinMin/MaxMin)**
- 3.1 Valores mínimos relativos
- 4 Valores Máximos Relativos (MinMax/MaxMax)**
- 4.1 Valores máximos relativos
- 7 Soma Pesada**
- 7.1 Soma pesada - Gráfico com resultado
- 8 TOPSIS**
- 8.1 TOPSIS - Gráfico com resultado
- 13 Processo Analítico Hierárquico**
- 13.1 Processo analítico hierárquico - AHP
- 14 VIKOR**
- 14.1 S_j - distância L_1 pesada à solução ideal
- 14.2 R_j - distância L_∞ pesada à solução ideal
- 14.3 Q_j - distância combinada à solução ideal
- tipo d) - “Grafo Dirigido” representando relações de subordinação direta entre pares de nós
- 2 Teste de Dominância**
- 2.1 Teste de Dominância
- 9 ELECTRE I**
- 9.1 ELECTRE I - Grafo final
- 10 ELECTRE III**
- 10.1 ELECTRE III - Grafo final
- 12 ELECTRE IV**
- 12.1 ELECTRE IV - Grafo final
- tipo e) - “Grafos Dirigidos” representando listas com ordenações paralelas
- 10 ELECTRE III**

- 10.6 Pré-ordenações (Ascendente/Descendente)
 - 12 ELECTRE IV**
- 12.6 Pré-ordenações (Ascendente/Descendente)
 - tipo f) - “Lista de Identificações” para destacar entidades com uma determinada particularidade
 - 2 Teste de Dominância**
 - 2.1 Alternativas não-dominadas
 - 9 ELECTRE I**
 - 9.5 Alternativas não-subordinadas
 - 10 ELECTRE III**
 - 10.5 Alternativas não-subordinadas
 - 12 ELECTRE IV**
 - 12.5 Alternativas não-subordinadas
 - 14 VIKOR**
 - 14.4 Solução(ões) de compromisso
 - tipo f) - “Matriz de Células Coloridas” representando diferentes tipos de associações entre linhas (que indexam um conjunto configurável de entidades) e colunas (que indexam o mesmo ou outro conjunto de entidades):
 - 1 Teste de igualdade**
 - 1.1 Teste de igualdade
 - 2 Teste de Dominância**
 - 2.5 Mapa de dominância
 - 3 Valores Mínimos Relativos (MinMin/MaxMin)**
 - 3.4 Pior atributo
 - 4 Valores Máximos Relativos (MinMax/MaxMax)**
 - 4.4 Melhor atributo
 - 6 Teste de Corte**
 - 6.2 Mapa de corte
 - 9 ELECTRE I**
 - 9.8 Mapa de concordância
 - 9.9 Mapa de discordância
 - 9.10 Matriz de prevalência
 - 10 ELECTRE III**
 - 10.2 Destilação ascendente
 - 10.3 Destilação descendente
 - 11 ELECTRE III**
 - 11.1 ELECTRE Tri - afectação pessimista
 - 11.2 ELECTRE Tri - afectação optimista
 - 12 ELECTRE IV**
 - 12.2 Destilação ascendente
 - 12.3 Destilação descendente