

# REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADO DE REDES NEURAIS RECORRENTES COMPLEXAS PARA COMUNICAÇÕES MÓVEIS

*Pedro Henrique Gouvêa Coelho<sup>1</sup>*

*Luiz Biondi Neto<sup>1</sup>*

*Eliane Gonçalves Gomes<sup>2</sup>*

*Lidia Angulo Meza<sup>3</sup>*

**Resumo:** Este artigo apresenta resultados de equalização para canais móveis usando um modelo de representação de estado para uma rede neural complexa completamente recorrente do tipo RTRL (Real Time Recurrent Learning). Redes Neurais recorrentes têm um ou mais malhas de realimentação. Tais malhas permitem que essas redes capturem representações de estado tornando-as apropriadas para várias aplicações em engenharia como equalização adaptativa de canais de comunicação, processamento de sinais de voz e controle de plantas. Assim o uso de modelos de espaço para uma rede recorrente constitui uma forma adequada de descrever seu comportamento. Este artigo mostra resultados de equalizadores para canais móveis que usam técnicas de representação de estado para redes neurais recorrentes complexas que usam o algoritmo de treinamento RTRL. Em problemas de equalização adaptativa de canais móveis nos quais são utilizados sinais modulados, a representação de sinais com envoltória complexa é bastante conveniente. Nessas aplicações os sinais envolvidos serão portanto de natureza complexa de modo que uma rede neural recorrente RTRL complexa é proposta como dispositivo de equalização para os referidos canais.

**Palavras-chave:** Redes Neurais, Espaço de Estados, Equalização de Canais Móveis.

**Abstract:** This paper presents mobile channel equalization results using a state space representation model for a complex RTRL fully recurrent neural network as an equalization device. Recurrent Neural Networks have one or more feedback loops. These feedback loops enable those neural networks to acquire state representations making them appropriate devices for several applications in engineering such as adaptive equalization of communication channels, speech processing and plant control. Thus using state space models for such neural networks provides a natural way of describing their behavior. This paper shows results of equalizers for mobile channels using state space representation techniques for complex recurrent neural networks using Real Time Recurrent Learning (RTRL) training algorithm. In adaptive channel equalization problems for modulated signals, complex envelope signals are used so a complex RTRL recurrent neural network is considered in such equalization applications

**Key words:** Neural Networks, State Space, Channel Equalization for Mobile Systems.

---

<sup>1</sup> Departamento de Engenharia Eletrônica e Telecomunicações - UERJ

<sup>2</sup> Programa de Engenharia de Produção - UFRJ

<sup>3</sup> Departamento de Informática - UVA

ENGEVISTA, v. 5, n. 10, p. 44-55, dez. 2003

## 1. INTRODUÇÃO

Métodos tradicionais de equalização direta consideram a equalização como sendo um problema de filtragem inversa, de modo que o equalizador aproxima o inverso do canal de comunicações. Este enfoque pode se tornar mais complexo do que o necessário no caso de comunicações digitais pois em razão dos símbolos transmitidos serem quantizados é suficiente se garantir que a decisão na saída do equalizador é correta para se equalizar o canal. Isto significa que a equalização pode ser interpretada como um problema geométrico, consistindo em se estabelecer as fronteiras das regiões de decisão no espaço dos sinais de saída. Esta visão do problema de equalização foi sugerida em [1] e [2] e implica considerar a equalização como um problema de classificação [3]. A utilização de redes neurais pode então ser justificada notando-se que, na maior parte dos casos, os limiares das regiões de decisão ótimas são altamente não lineares exigindo o uso de classificadores não lineares mesmo para canais lineares.

Equalizadores neurais têm sido desenvolvidos nos últimos anos utilizando diversos enfoques. Kirkland et.al. [4] utilizaram redes neurais diretas para equalização de canais radio digitais em microondas em presença de desvanecimento multipercorso.

Peng et.al. [5] modificaram a função de ativação não linear do perceptron multicamadas clássico para levar em conta sinais PAM e QAM.

Kechriotis et. Al. [6] aplicaram redes neurais totalmente recorrentes treinadas com o algoritmo RTRL [7] para equalização de canais com fase não mínima, respostas parciais e não lineares para sinais PAM, PSK e QAM. Além disso através de uma modificação apropriada do funcional do erro estenderam sua análise para o caso de equalização autodidata. Em [6] Kechriotis e Manolakos estendem do treinamento RTRL para sinais complexos.

Chang et. al. [8] desenvolveram um equalizador DFE baseado em redes

neurais para realizar a equalização de canais rádio em ambientes internos. A nova estrutura compara-se vantajosamente com o equalizador DFE.

Bradley et. al.[9] formularam duas versões de uma rede neural recorrente com treinamento RTRL utilizando *decisão suave realimentada* onde uma delas supera o desempenho do equalizador DFE.

Em [10], uma rede neural wavelet [11] treinada com o algoritmo RLS (Recursive Least Squares) [12] foi utilizada para equalizar um canal de transmissão não linear. Posteriormente, os mesmos autores aplicaram com sucesso aquela rede neural a canais satélite [13].

Al-Mashouq et.al. [14] utilizaram uma rede neural direta com o propósito de realizar equalização e decodificação conjunta em presença de interferência entre símbolos severa alcançando resultados superiores àqueles resultantes de estruturas clássicas formadas por um equalizador linear e um decodificador em cascata.

Todos esses trabalhos mostraram que redes neurais podem ser aplicadas com sucesso ao problema da equalização de canais. Em particular, redes neurais recorrentes são caracterizadas por realimentação que as tornam atraentes para aplicação em canais com *nulos espectrais profundos* [6].

Na realidade, a maioria dos algoritmos de treinamento para redes neurais recorrentes se baseiam nas técnicas do gradiente, fato que contrasta com os requisitos de uma equalização rápida. Em [15] é realizada uma extensa revisão de métodos de treinamento de redes neurais dinâmicas recorrentes baseadas em técnicas do gradiente. A interpretação da equalização de canal como um problema de classificação no espaço dos símbolos [16] também permite o uso de arquiteturas neurais que fazem uso de agrupamento explícito de padrões de entrada durante o treinamento, tais como o RBF (Radial Basis Function) e redes wavelet [11,12].

Recentemente Parisi et. al.[3] propuseram equalizadores neurais com

redes recorrentes cujo aprendizado utiliza o princípio de *aprendizado discriminativo*, minimizando uma função de erro que é uma medida direta do erro de classificação. As principais vantagens do método são uma maior velocidade de convergência e um melhor condicionamento numérico. Os autores demonstram a eficácia do aprendizado a partir de sinais PAM.

Sebald et. al. [18] utilizaram técnicas SVM (Support Vector Machine) em problemas de equalização para canais não lineares. Essas técnicas constituem um método para separação de *nuvens* de dados no espaço de características  $F$  utilizando um hiperplano ótimo.

Recentemente Rao et.al. [19] propõem um equalizador adaptativo complexo utilizando filtro de Kalman estendido para uma rede neural do tipo *backpropagation*.

## 2. REDES NEURAIS RECORRENTES

Redes neurais recorrentes são as que apresentam uma ou mais malhas de realimentação. Naquelas totalmente recorrentes tem-se cada neurônio conectado a qualquer dos outros e constituem o caso mais geral de redes neurais artificiais. Este artigo utiliza estruturas de equalização com redes neurais totalmente recorrentes em razão de suas propriedades atraentes para equalização adaptativa, entre elas a capacidade de exibirem um comportamento dinâmico complexo [20].

Uma maneira elegante de se representar uma rede neural recorrente é através de um modelo em espaço de estados. A noção de estado representa um papel vital na formulação matemática de um sistema dinâmico. O estado de um sistema dinâmico é formalmente definido como *um conjunto de quantidades que sintetiza toda a informação sobre o comportamento passado do sistema que é necessário para descrever unicamente seu comportamento futuro, exceto pelos efeitos puramente externos advindos da entrada ou excitação aplicada* [20]. Seja  $\underline{x}(n)$  o vetor  $q \times 1$ , o estado de um

sistema não linear discreto. Seja o vetor  $\underline{u}(n)$ ,  $m \times 1$ , a entrada aplicada ao referido sistema, e o vetor  $\underline{y}(n)$  a sua saída correspondente. O comportamento dinâmico do sistema, sem ruído, pode ser descrito pelas equações não lineares [20]

$$\underline{x}(n+1) = \varphi( \mathbf{W}_a \underline{x}(n) + \mathbf{W}_b \underline{u}(n) ) \quad (1)$$

$$\underline{y}(n) = \mathbf{C} \underline{x}(n) \quad (2)$$

nas quais  $\mathbf{W}_a$  é uma matriz  $q \times q$ ,  $\mathbf{W}_b$  é uma matriz  $q \times m$ ,  $\mathbf{C}$  é uma matriz  $p \times q$ , e  $\varphi: \mathcal{R}^q \rightarrow \mathcal{R}^q$  é um mapeamento descrito por

$$\varphi: \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \varphi(x_1) \\ \varphi(x_2) \\ \vdots \\ \varphi(x_q) \end{bmatrix} \quad (3)$$

para alguma não linearidade sem memória  $\varphi: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  atuando componente a componente. Os espaços  $\mathcal{R}^m$ ,  $\mathcal{R}^q$ , e  $\mathcal{R}^p$  são chamados de espaços de entrada, de estado e de saída respectivamente. A dimensão do espaço de estado,  $q$ , constitui a ordem do sistema. Desta forma a rede neural recorrente representada pelas equações (1) e (2) é um sistema dinâmico com  $m$  entradas e  $p$  saídas de ordem  $q$ . A equação (1) forma a *equação de processo* do modelo e (2) é a *equação de medida*. Com relação às matrizes  $\mathbf{W}_a$ ,  $\mathbf{W}_b$  e  $\mathbf{C}$ , e a função não linear  $\varphi(\cdot)$  pode-se tecer as considerações a seguir. A matriz  $\mathbf{W}_a$  contém os pesos sinápticos dos  $q$  neurônios que são conectados aos nós de realimentação na entrada. A matriz  $\mathbf{W}_b$  contém os pesos sinápticos destes neurônios que são conectados aos nós fontes também na entrada. A matriz  $\mathbf{C}$  indica a forma da combinação linear dos estados que caracterizarão a saída da rede neural. A função não linear  $\varphi(\cdot)$  caracteriza a *função de ativação* de qualquer neurônio na rede. Esta função de ativação é muitas vezes definida pela função tangente hiperbólica

$$\varphi(x) = \tanh(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \quad (4)$$

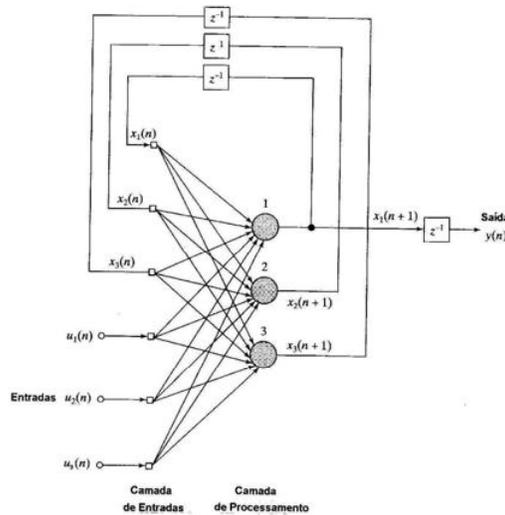


Figura 1 - Rede Neural Recorrente Totalmente Conectada com 3 Entradas, 2 Neurônios Escondidos e 1 Saída.

Uma propriedade importante de uma rede neural recorrente descrita pelas equações de espaço de estado (1) e (2) é a sua capacidade de aproximar uma classe ampla de sistemas não lineares dinâmicos [20]. A figura 1 ilustra uma rede neural recorrente com três entradas, três estados e uma saída ou seja  $m = 3$ ,  $q = 3$  e  $p = 1$ .

As matrizes  $W_a$  e  $W_b$  são definidas como

$$W_a = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$W_b = \begin{bmatrix} w_{14} & w_{15} & w_{16} \\ w_{24} & w_{25} & w_{26} \\ w_{34} & w_{35} & w_{36} \end{bmatrix} \quad (6)$$

A matriz  $C$  é um vetor linha definido por  $C = [1 \ 0 \ 0]$ .

### 3. ALGORITMO DE APRENDIZADO RTRL

Diversos algoritmos foram propostos para o treinamento de redes neurais recorrentes. Em [20] pode se encontrar uma discussão detalhada dos principais métodos. Um algoritmo amplamente usado, o RTRL, (Real-Time Recurrent Learning), proposto por Williams e Zipser [7], será utilizado para treinar as redes neurais recorrentes aplicadas em equalização de canais em virtude da capacidade de atualização dos seus pesos em tempo real. Na verdade, como será visto posteriormente, utilizar-se-á a versão complexa do algoritmo RTRL, o CRTRL (Complex Real-Time Recurrent Learning) para as aplicações de equalização em canais com modulação PSK (Phase Shift Keying) originalmente proposto por Kechriotis e Manolakos [6]. O presente trabalho apresenta uma nova versão do CRTRL utilizando o modelo de espaço de estado para uma arquitetura de rede neural totalmente recorrente. O nome do algoritmo advém do fato que os

ajustes são realizados aos pesos de uma rede neural recorrente completamente conectada em tempo real., ou seja a medida em que a rede avança na sua

função de processamento de sinais. A figura 2 ilustra a arquitetura de uma rede recorrente completamente conectada

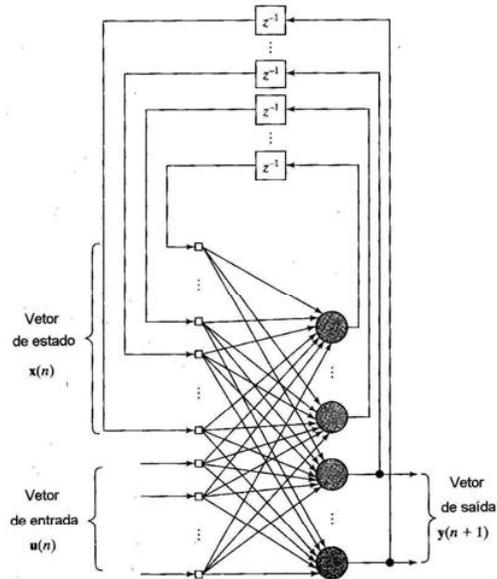


Figura 2 - Rede Neural Recorrente Totalmente Conectada Considerada para a Formulação do Algoritmo RTRL.

apresentando  $q$  neurônios,  $m$  entradas e  $p$  saídas. Pode se distinguir duas camadas distintas na rede: uma camada de realimentação encadeada na entrada e uma camada de processamento de nós computacionais. Em consequência têm-se conexões diretas e realimentadas. A modelagem da rede em termos de espaço de estados é ainda caracterizada pelas equações (1) e (2). A equação (1) pode ser reescrita em uma forma expandida

$$\underline{x}(n+1) = [\varphi(\underline{w}_1^T \underline{\xi}(n)) \dots \varphi(\underline{w}_j^T \underline{\xi}(n)) \dots \varphi(\underline{w}_q^T \underline{\xi}(n))]^T \quad (7)$$

na qual é suposto que todos os neurônios possuem uma mesma função de ativação  $\varphi(\cdot)$ . O vetor  $\underline{w}_j$ ,  $(q+m) \times 1$ , constitui o vetor de pesos sinápticos do neurônio  $j$  na rede recorrente, isto é

$$\underline{w}_j = \begin{bmatrix} \underline{w}_{a,j} \\ \underline{w}_{b,j} \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (8)$$

onde  $\underline{w}_{a,j}$  e  $\underline{w}_{b,j}$  são respectivamente as  $j$ -ésimas colunas das matrizes de pesos transpostas  $\underline{W}_a^T$  e  $\underline{W}_b^T$ . O vetor  $\underline{\xi}(n)$ ,  $(q+m) \times 1$ , é definido por

$$\underline{\xi}(n) = \begin{bmatrix} \underline{x}(n) \\ \underline{u}(n) \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde  $\underline{x}(n)$  é o vetor de estado  $q \times 1$  e  $\underline{u}(n)$  é o vetor de entrada  $m \times 1$ .

A obtenção do algoritmo RTRL na formulação de equação de estado pode ser encontrada em [20]. Apresenta-se na tabela 1 o resumo do referido algoritmo válido para valores reais. As matrizes  $\Lambda_j$ ,  $U_j$  e  $\Phi$  da referida tabela são definidas como

$$\Lambda_j(n) = \frac{\partial \underline{x}(n)}{\partial \underline{w}_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial w_{j1}} & \frac{\partial x_1}{\partial w_{j2}} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial w_{jq+m}} \\ \frac{\partial x_2}{\partial w_{j1}} & \frac{\partial x_2}{\partial w_{j2}} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial w_{jq+m}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_q}{\partial w_{j1}} & \frac{\partial x_q}{\partial w_{j2}} & \dots & \frac{\partial x_q}{\partial w_{jq+m}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$U_j = \begin{bmatrix} \underline{u} \\ \xi^T(n) \\ \underline{0} \end{bmatrix} \leftarrow j - \text{ésima coluna} \quad (11)$$

no qual  $\text{diag}$  denota matriz diagonal que é  $q \times q$  e  $\phi'$  denota derivada parcial com relação ao seu argumento.

O algoritmo de treinamento RTRL utiliza o método de otimização do gradiente para ajuste dos pesos sinápticos da rede. Aqui, assim como no algoritmo de treinamento *backpropagation*, utiliza-se uma estimativa do gradiente para o gradiente verdadeiro o que pode causar instabilidade na rede em particular para valores elevados (superiores a unidade) de  $\eta$ . Na prática faz-se uso de valores de  $\eta$  menores que a unidade de tal forma que o efeito da instabilidade desaparece e neste caso a escala de tempo das variações dos pesos se torna muito menor que a escala de tempo da operação da rede.[20].

Apresenta-se como extensão do algoritmo RTRL, na forma de modelo de estado, o algoritmo CRTRL que constitui a versão RTRL para valores complexos.

$$\phi(n) = \text{diag}[\phi'(w_1^T \xi(n)), \dots, \phi'(w_q^T \xi(n))](12)$$

Tabela 1 - Algoritmo RTRL.

Parâmetros:

$m$ : dimensão do espaço de entrada

$q$ : dimensão do espaço de estado

$p$ : dimensão de espaço de saída

$\underline{w}_j$ : vetor de peso sináptico do neurônio  $j$ ,  $j=1, \dots, q$

Inicialização:

1. Atribuir pequenos valores aos pesos sinápticos selecionados a partir de uma distribuição uniforme.
2. Fazer  $\underline{x}(0) = \underline{0}$ .
3. Fazer  $\Lambda_j = \underline{0}$  para  $j = 1, 2, \dots, q$ .

Calcular para  $n = 0, 1, 2, \dots$

$$\Lambda_j(n+1) = \Phi(n)[W_o(n)\Lambda_j(n) + U_j(n)]$$

$$\underline{e}(n) = \underline{d}(n) - C\underline{x}(n)$$

$$\Delta \underline{w}_j(n) = \eta \Lambda_j^T(n) C^T \underline{e}(n)$$

$\Lambda_j$ ,  $U_j(n)$  e  $\Phi(n)$  são dados por (10), (11) e (12) respectivamente.

Como já foi comentado anteriormente, Kechriotis e Manolakos [6] propuseram uma versão CRTRL que não utiliza o modelo de espaço de estados. Este modelo constitui uma forma elegante de caracterizar a rede neural recorrente permitindo expressar de forma compacta as equações de treinamento assim como as equações de evolução da rede.

A obtenção das equações do algoritmo CRTRL utilizando o modelo de espaço de estado é realizada em [21]. O algoritmo é mostrado na tabela 2. As novas equações de estado e as matrizes  $\Lambda^{R R_j}, \Lambda^{R I_j}, \Lambda^{I R_j}, \Lambda^{I I_j}, U^{R_j}, U^{I_j}$  e  $\Phi_R$  e  $\Phi_I$  do algoritmo são definidas como

$$\begin{aligned} x(n+1) &= \varphi(V_0 x(n) + V_0 u(n)) \\ &= \varphi(\text{real}(V_0 x(n) + V_0 u(n)) + i \varphi(\text{imag}(V_0 x(n) + V_0 u(n))) \\ &= x^R(n+1) + i x^I(n+1), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Lambda_j^{AB}(n) = \frac{\partial x^A(n)}{\partial w_j^B}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_1^A}{\partial w_{j1}^B} & \frac{\partial x_1^A}{\partial w_{j2}^B} & \dots & \frac{\partial x_1^A}{\partial w_{jq+m}^B} \\ \frac{\partial x_2^A}{\partial w_{j1}^B} & \frac{\partial x_2^A}{\partial w_{j2}^B} & \dots & \frac{\partial x_2^A}{\partial w_{jq+m}^B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_q^A}{\partial w_{j1}^B} & \frac{\partial x_q^A}{\partial w_{j2}^B} & \dots & \frac{\partial x_q^A}{\partial w_{jq+m}^B} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{onde } A, B \in \{R, I\} \\ R, I \text{ partes real e} \\ \text{imaginária} \\ \text{respectivamente} \end{array}$$

$$U_j^A = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \xi^{AT}(n) \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow j\text{-ésima linha} \quad \begin{array}{l} A \in \{I, R\} \\ I, R \text{ partes real e} \\ \text{imaginária respectivamente} \end{array}$$

$$e \quad \xi^A = \begin{bmatrix} x^A \\ y^A \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \phi_x(n) &= \text{diag}[\varphi'(\text{real}(w_j^T \xi(n))), \dots, \varphi'(\text{real}(w_j^T \xi(n))), \dots, \varphi'(\text{real}(w_j^T \xi(n)))] \\ \phi_i(n) &= \text{diag}[\varphi'(\text{imag}(w_j^T \xi(n))), \dots, \varphi'(\text{imag}(w_j^T \xi(n))), \dots, \varphi'(\text{imag}(w_j^T \xi(n)))] \end{aligned} \quad (14)$$

com a nova função de ativação para cada neurônio na rede definida por

$$\varphi^A(\cdot) = \varphi(\text{real}(\cdot)) + i\varphi(\text{imag}(\cdot)) = \tanh(\text{real}(\cdot)) + i \tanh(\text{imag}(\cdot)) \quad (15)$$

Todos os índices R e I que aparecem nas expressões da tabela 2 significam parte real e imaginária respectivamente.

Observe que devido à função de ativação complexa definida em (15) sugerida em [22] não ser analítica, as derivadas complexas das saídas dos neurônios não são definidas. Entretanto ainda é possível estender o RTRL para valores complexos (CRTRL) usando-se o conceito do gradiente ao invés da derivada complexa e levando-se em conta que a função de ativação complexa em questão apesar de não ser analítica é sempre limitada [22].

#### 4. RECEPTORES NEURAIS PARA COMUNICAÇÕES MÓVEIS

Neste item são apresentados resultados de simulações de receptores utilizando os equalizadores neurais propostos neste artigo. Descreve-se inicialmente o sistema de comunicações móveis considerado nas simulações incluindo o modelo adotado para o canal móvel.

Os resultados das simulações mostrados neste trabalho consideram apenas o efeito do canal móvel de comunicações e ruído supondo-se sincronismo perfeito e recuperação de portadora ideal. Para isso considera-se que no sistema de comunicações são utilizados filtros de transmissão e recepção casados com resposta impulsional do tipo coseno levantado com 50% de fator de excesso de faixa. Com essas hipóteses garante-se que a interferência entre símbolos presente no receptor resulta unicamente do efeito dispersivo do canal móvel [23].

O ruído é suposto Gaussiano, branco com média nula e variância estipulada de acordo com a razão sinal ruído (RSR) desejada, expressa em termos da razão entre a energia do bit ( $E_b$ ) e a densidade espectral do ruído  $N_0$ ,  $E_b / N_0$ . Para avaliar o desempenho dos equalizadores neurais propostos no item anterior

necessita-se portanto de gerar as amostras de entrada geradas por uma seqüência de bits transmitidas em um canal móvel na presença de ruído Gaussiano aditivo. É suposta também uma modulação QPSK (Quadrature Phase Shift Keying) com

taxa de símbolos de 24,3 Kbaud. Para modelar o canal móvel utilizou-se o modelo WSS-US (Wide Sense Stationary–Uncorrelated Scattering) [24-25] que será descrito a seguir. O modelo WSS-US é baseado em conceitos

**TABELA 2** Algoritmo CTRL

Parâmetros:

m: dimensão do espaço de entrada

q: dimensão do espaço de estado

p: dimensão de espaço de saída

$\underline{w}_j$ : vetor de peso sináptico do neurônio j, j=1, ..., q

Inicialização:

1. Atribuir pequenos valores aos pesos sinápticos selecionados a partir de uma distribuição uniforme.
2. Fazer  $\underline{x}(0) = \underline{0}$ .
3. Fazer  $\Lambda_j = \underline{0}$  para j = 1, 2, ..., q.

Calcular para n = 0, 1, 2, ...

$$\begin{bmatrix} \Lambda_j^{RR} & \Lambda_j^{RI} \\ \Lambda_j^{IR} & \Lambda_j^{II} \end{bmatrix} (n+1) = \begin{bmatrix} \Phi_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Phi_I \end{bmatrix} (n+1) \times \begin{bmatrix} W_o^R & -W_o^I \\ W_o^I & W_o^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_j^{RR} & \Lambda_j^{RI} \\ \Lambda_j^{IR} & \Lambda_j^{II} \end{bmatrix} (n) + \begin{bmatrix} U_j^R & -U_j^I \\ U_j^I & U_j^R \end{bmatrix}$$

$$\underline{e}(n) = \underline{e}_R(n) - i\underline{e}_I(n) = \underline{d}(n) - C\underline{x}(n)$$

$$\Delta \underline{w}_j(n) = \Delta \underline{w}_j^R(n) + i\Delta \underline{w}_j^I(n) = \eta \left\{ \begin{bmatrix} \underline{e}_R^T(n)C & \underline{e}_I^T(n)C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_j^{RR}(n) & \Lambda_j^{RI}(n) \\ \Lambda_j^{IR}(n) & \Lambda_j^{II}(n) \end{bmatrix} \right\}^T \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

com  $i = \sqrt{-1}$

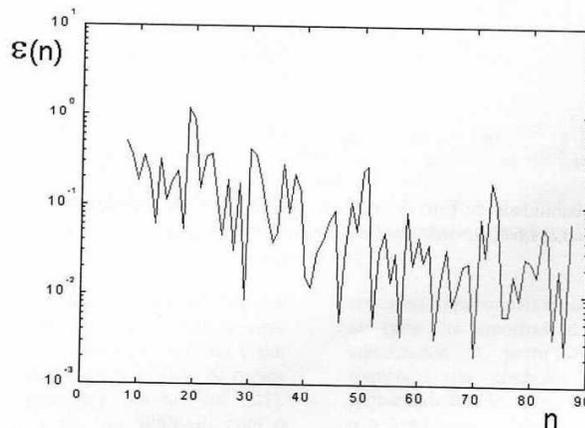


Figura 3 - Evolução do Quadrado do Erro x Tempo Para um Equalizador CTRL com m=12, η=0,1, q=1, SNR=40 dB, f<sub>D</sub>=0, Retardo de 6 Símbolos.

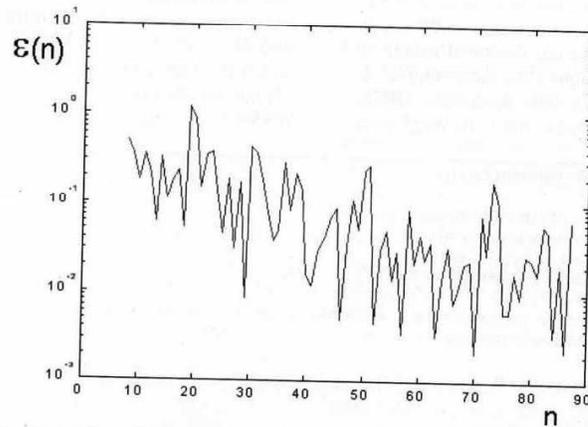


Figura 4 - Evolução do Quadrado Erro x Tempo Para um Equalizador CRTRL com  $m=12$ ,  $q=1$ ,  $\eta=0,1$ ,  $SNR=40$  dB,  $f_D=10$ , Retardo de 6 Símbolos.

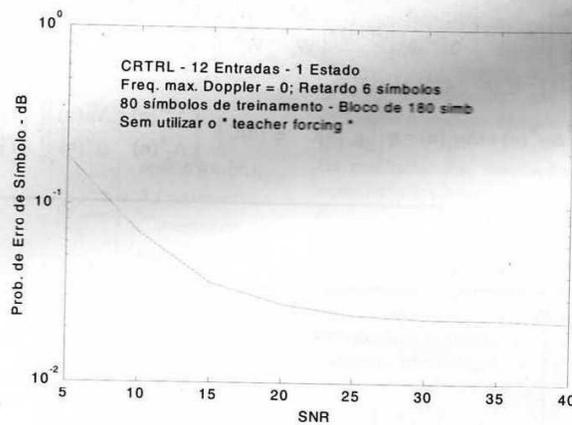


Figura 5 - Probabilidade de Erro de Símbolo x SNR Para um Equalizador CRTRL com  $m=12$ ,  $q=1$ ,  $\eta=0,1$ ,  $f_D=0$ , Retardo de 6 Símbolos.

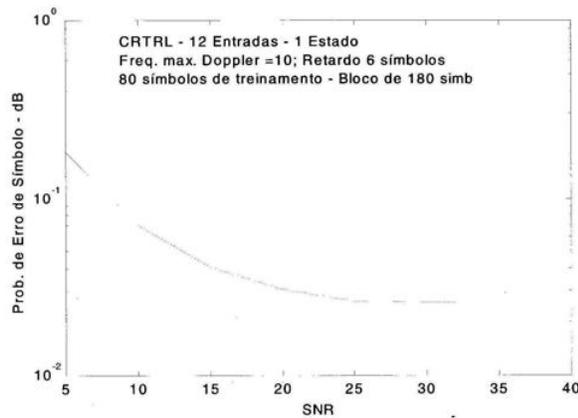


Figura 6 - Probabilidade de Erro de Símbolo x SNR Para um Equalizador CRTRL  $m=12$ ,  $q=1$ ,  $\eta=0,1$ ,  $f_D=10$ , Retardo de 6 Símbolos.

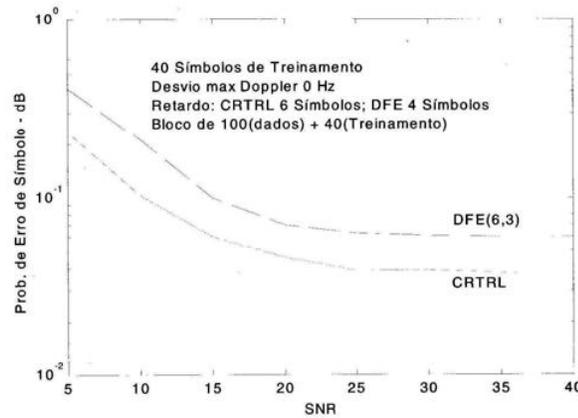


Figura 7 - Probabilidade de Erro de Símbolo x SNR Para um Equalizadores CRTRL e DFE com  $f_D=10$ .

clássicos de sistema desenvolvidos por Bello [26] sendo bastante empregado em modelos de comunicações móveis e em UHF. Detalhes sobre o modelo de canais móveis podem ser obtidos em [21]. Utilizou-se o modelo WSS-US com o método de Monte Carlo para se gerar a resposta impulsional com perfil de intensidade de atraso com 3 raios com variâncias 0,5 0,3 e 0,2. Com estas

respostas impulsional é possível também se gerar as amostras de entrada do equalizador. A partir de uma dada seqüência de símbolos simula-se a probabilidade de erro na saída do equalizador para várias RSRs ( $E_b/N_0$ ). Consideraram-se 2500 realizações envolvendo blocos de dados de comprimento 100 + L (símbolos de treinamento) para o cálculo da

probabilidade de erro de símbolo para uma dada RSR e um dado desvio máximo Doppler  $f_D$  que varia de acordo com a velocidade do móvel. A figura 3 mostra a evolução do quadrado do erro para um equalizador CRTRL com 12 entradas e 1 estado, RSR de 40 dB, retardo de decisão de 6 símbolos e  $f_D = 0$ . A figura 4, mostra o mesmo equalizador na mesma situação exceto pelo parâmetro  $f_D$  que agora vale 10. Observa-se a mesma tendência notada nas duas figuras anteriores. Em termos de probabilidade de erro, as figuras 5 e 6 mostram o desempenho do equalizador neural CRTRL para  $f_D = 0$  e  $f_D = 10$ . A figura 7 mostra uma comparação entre o equalizador proposto e o equalizador com decisão retroalimentada (DFE).

## 5. CONCLUSÕES

Este artigo tratou de equalizadores neurais recorrentes adaptativos para aplicação em canais móveis. Equalizadores que utilizam redes neurais recorrentes são estruturas simples permitindo a criação de regiões de decisão não lineares que podem facilitar a tarefa da decisão ótima dos símbolos. O equalizador CRTRL obteve também desempenho superior a um DFE (6,3) com ajuste dos pesos com critério dos mínimos quadrados (LMS). Os resultados apresentam uma probabilidade de erro irreduzível em todos os casos. Note-se que o modelo do canal WSS-US adotado neste artigo causa uma interferência entre símbolos bastante severa mesmo no caso  $f_D$  igual a 0 Hz dificultando a tarefa de equalização. Os equalizadores usuais lineares tendo como modelo o WSS-US são insuficientes para realizar a equalização destes canais.

Como continuação deste trabalho sugere-se o uso de estruturas híbridas com redes neurais.

## 6. REFERÊNCIAS

- [1] Chen, S. Gibson, G. J., Cowan, C.F. N. and Grant, P.M. "Adaptive Equalization of Finite Nonlinear Channels Using Multilayer Perceptrons", Signal Processing, 1990, Vol. 20, pp. 107-119, USA.
- [2] Gibson, G. J., Siu, S. and Cowan, C.F.N. "The Application of Nonlinear Structures to the Reconstruction of Binary Signals", IEEE Transactions of Signal Processing, August 1991, Vol. 39, USA.
- [3] Parisi, R., Di Claudio, E. D., Orlandi, G and Rao, B. D. "Fast Adaptive Digital Equalization by Recurrent Neural Networks", IEEE Transactions on Signal Processing, November 1997, Vol. 45, No.11, pp. 2731-2739, USA.
- [4] Kirkland, W. R. and Taylor D. P. "On the Application of Feedforward Neural Networks to Channel Channel Equalization", Proceedings of the IJCNN, Int. Joint Conference on Neural Networks, New York, 1992, USA.
- [5] Peng, M., Nikias, C. L. and Proakis J.G. "Adaptive Equalization with Neural Networks: New Multilayer Perceptron Structures and Their Evaluation", Proceedings ICASP'92 IEEE Int. Conf. Acoust., Speech Signal Processing, New York, 1992, USA.
- [6] Kechriotis, G., Zervas, E. and Manolakos, E. S. "Using Recurrent Neural Networks for Adaptive Communication Channel Equalization", IEEE Transactions on Neural Networks, March 1994, Vol. 5, Number 2, pp. 267-278, USA.
- [7] Williams, R. J. and Zipper, D. 1989. "A Learning Algorithm for Continually Running Fully Recurrent Neural Networks", Neural Computation, Vol.1, pp.270-280, 1989, USA.
- [8] Chang, P. R., Yeh, B. F. and Chang C.C. 1994. "Adaptive Packet Equalization for Indoor Radio Channel Using Multilayer Neural Networks", IEEE Trans. Veh. Technol., Vol.43 Aug. 1994, USA.
- [9] - Bradley, M. J., and Mars, P., "Application of Recurrent Neural Networks to Communication Channel Equalization", ICASP 95, Conference Proceedings of the 1995 International Conference on Acoustics, Speech,

- and Signal Processing, April 21-24, 1995, Vol. 5, pp. 3399-3402, USA.
- [10] Chang, P. R. and Yeh, B. F. "Nonlinear Communication Channel Equalization Using Wavelet Neural Networks", Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, New York 1994, USA.
- [11] Zhang, Q. and Benveniste, "A. Wavelet Network", IEEE Trans. Neural Networks, Nov. 1992, Vol. 3, Number 6, pp. 889-898, USA.
- [12] Haykin, Simon. *Adaptive Filter Theory*. 3<sup>rd</sup> Edition, N.Y., Prentice-Hall.
- [13] Chang, P. R. and Wang, B. C. "Adaptive Decision Feedback Equalization for Digital Satellite Channels Using Multilayer Neural Networks", IEEE J. Select. Areas Commun., Feb. 1995, Vol. 13, USA.
- [14] Al-Mashouq, K. A. and Reed I.S. "The Use of Neural Nets to Combine Equalization With Decoding for Severe Intersymbol Interference Channels", IEEE Trans. Neural Networks, Nov. 1994, Vol. 5, No. 6, pp. 982-988, USA.
- [15] Pearlmutter, B. A. "Gradient Calculations for Dynamic Recurrent Neural Networks: A Survey", IEEE Trans. Neural Networks, September 1995, Vol. 6, Number 5, pp. 1212-1228, USA.
- [16] Chen, S., Mulgrew, B. and McLaughlin S. "Adaptive Bayesian Equalizer with Decision Feedback", IEEE Trans. Signal Processing, Sept. 1993, Vol. 41, No. 9, pp. 2918-2927, USA.
- [17] Parisi, R., Di Claudio, E. D., Orlandi, G. and Rao, B. D. "Fast Adaptive Digital Equalization by Recurrent Neural Networks", IEEE Transactions on Signal Processing, November 1997, Vol. 45, No. 11, pp. 2731-2739, USA.
- [18] Sebald, D. J. and Bucklew, J. A. "Support Vector Machine Techniques for Nonlinear Equalization" IEEE Transactions on Signal Processing, November 2000, Vol. 48, No. 11, pp. 3217-3226, USA.
- [19] Deerga Rao, K., Swamy, M. N. S. and Plotkin, E. I. "Complex EKF Neural Network for Adaptive Equalization", ISCAS 2000, International Symposium on Circuits and Systems, May 28-31, 2000, Geneva, Switzerland, Proceedings, pp. II-349- II-352, USA.
- [20] Haykin, Simon. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Second Edition, N.Y.: Prentice-Hall. 1999.
- [21] Coelho, P. H. G. *Equalização Adaptativa de Canais Utilizando Redes Neurais Recorrentes*. Tese apresentada para concurso de professor titular na UERJ. 2001.
- [22] Benvenuto, N. and Piazza F. "On the Complex Backpropagation Algorithm", IEEE Transactions on Signal Processing, April 1992, Volume 40, Number 4, pp. 967-969.
- [23] Proakis, John G. *Digital Communications*, 2<sup>nd</sup> Edition, McGraw-Hill, 1989.
- [24] Stein, S. "Fading Channel Issues in System Engineering", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Feb. 1987, Volume SAC-5, Number 2, pp. 68-89.
- [25] Hoehner, P., "A Statistical Discrete-Time Model for the WSSUS Multipath Channel", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Nov. 1992, Volume 41, Number 4, pp. 461-468.
- [26] Bello, P. A. "Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels", IEEE Trans. On Commun. Syst., Dec. 1963, Vol. CS-11, pp. 360-393.