

# UMA APLICAÇÃO DA INFERÊNCIA BAYESIANA NA ATUALIZAÇÃO DA ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA DO SOLO MOBILIZADA POR ESTACAS ATRAVÉS DE REGISTROS DE CRAVAÇÃO

*Marcus Pacheco<sup>1</sup>*  
*Bernadete Ragoni Danziger<sup>2</sup>*  
*Eduardo Vidal Cabral<sup>3</sup>*

**Resumo** – O artigo apresenta a aplicação de um procedimento para a atualização da resistência do solo durante a cravação baseado em registros obtidos durante a instalação. A incerteza é modelada por distribuições “a priori” e “a posteriori”. A distribuição “a posteriori” é determinada pela atualização da distribuição “a priori” utilizando uma função de verossimilhança que contém os registros obtidos da cravação de estacas pré-moldadas. O procedimento de atualização é uma simples aplicação dos conceitos Bayesianos, onde os parâmetros das distribuições acima são assumidos como variáveis randômicas. O artigo apresenta resultados de um grupo selecionado de estacas de um extenso estaqueamento da Zona Oeste do Rio de Janeiro. Os resultados mostram resistências atualizadas satisfatórias das estacas pré-moldadas analisadas. Este procedimento pode ser útil na seleção de estacas a serem submetidas a provas de carga estáticas ou a ensaios de carregamento dinâmico.

**Palavras-chave:** análise bayesiana, confiabilidade de estacas, resistência do solo durante a cravação.

**Abstract** – The paper presents the application of a procedure for updating the soil resistance during pile driving based on records obtained during pile installation. Uncertainty is modeled by “a priori” and “a posteriori” distributions. The “a posteriori” distribution is determined by updating the “a priori” distribution using a likelihood function, which contains the records obtained from pre-cast driven piles. The updating procedure is a simple application of Bayesian concepts, where the parameters of the distributions above are assumed as random variables. The paper presents results of a selected group of piles of an extensive piling in the West Zone of Rio de Janeiro. The results show satisfactory updated resistances of the precast piles analyzed. This procedure may be useful in the selection of the piles to undertake static and dynamic loading tests.

**Keywords:** bayesian analysis, pile reliability, soil resistance during driving.

---

<sup>1</sup> Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rua São Francisco Xavier, 524, Bloco E, salas 5031/5034, marcus\_pacheco@terra.com.br

<sup>2</sup> Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rua São Francisco Xavier, 524, Bloco E, salas 5031/5034, bernadeterd@hotmail.com;

<sup>3</sup>Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rua São Francisco Xavier, 524, Bloco E, salas 5031/5034, eduardo.cabral@sigma1.eng.br.

## 1. INTRODUÇÃO

A previsão da capacidade de carga de estacas usualmente envolve um número de incertezas devidas a variações espaciais das propriedades do solo, limitações das investigações geotécnicas, simplificações do modelo do solo, entre outras. Lacasse e Nadim (1994) comentam da importância da adoção de enfoques racionais e projetos bem documentados que considerem tais incertezas. A atualização Bayesiana é utilizada neste estudo para atualizar o valor esperado e a variância da distribuição probabilística da resistência oferecida pelo solo durante a cravação de estacas pré-moldadas. A metodologia é ilustrada na Figura 1, tendo sido utilizada por Guttormsen (1987) para aplicação a fundações offshore.

A Figura 1 mostra as funções de densidade de probabilidade consideradas no procedimento de atualização. A atualização Bayesiana permite a obtenção de uma estimativa confiável da resistência “a posteriori” a partir da resistência “a priori” e da distribuição da função de verossimilhança. As equações 1 e 2 permitem uma estimativa do valor esperado e da variância da estimativa atualizada da resistência (“a posteriori”), baseada no valor esperado e na variância da distribuição “a priori”, bem como da função de verossimilhança, Guttormsen (1987).

$$\mu_Q = \frac{\sigma_Q^{2,L} \cdot \mu_Q^P + \sigma_Q^{2,P} \cdot \mu_Q^L}{\sigma_Q^{2,L} + \sigma_Q^{2,P}} \quad (1)$$

$$\sigma_Q^2 = \frac{\sigma_Q^{2,L} \cdot \sigma_Q^{2,P}}{\sigma_Q^{2,L} + \sigma_Q^{2,P}} \quad (2)$$

Nas equações (1) e (2)  $\mu_Q$  é o valor esperado da resistência do solo durante a cravação (SRD) obtido “a posteriori”, enquanto  $\mu_Q^P$  e  $\mu_Q^L$  são, respectivamente, o valor esperado da resistência originalmente prevista (“a priori”) e aquela obtida dos registros de cravação (função de verossimilhança).



Figura 1 - Relação entre a distribuição “a priori”, verossimilhança e “a posteriori” da resistência do solo durante a cravação, Goulois e Lacasse (1989); Lacasse et al. (1991).

O valor  $\sigma_Q^2$  é a variância atualizada da distribuição resistência do solo durante a cravação (“a posteriori”) e  $\sigma_Q^{2,P}$  e  $\sigma_Q^{2,L}$  são, respectivamente, as variâncias da distribuição originalmente estimada, obtida por meio dos ensaios de campo disponíveis (“a priori”) e daquela obtida pelos registros de cravação (da função de verossimilhança). Uma descrição adicional dos conceitos da teoria Bayesiana é encontrada nos livros de aplicação de estatística, como Ang e Tang (1984).

## 2. DADOS DA OBRA

Trata-se de um empreendimento de vulto internacional, a Vila Pan-americana, dos Jogos Pan-americanos de 2007, estando localizado à Avenida Ayrton Senna, na Barra da Tijuca, Rio de Janeiro. O empreendimento é composto por dezessete edifícios subdivididos em setores, quadras e blocos como ilustrado na Figura 2. O embasamento é o trecho não edificado que compõe o acesso aos blocos.

O subsolo local apresenta camada de argila mole superficial de espessura variável, chegando a 13m. Para uma melhor caracterização do solo, foram realizados ensaios de campo e laboratório, em verticais pré-determinadas, conforme recomendação dos consultores geotécnicos da obra.

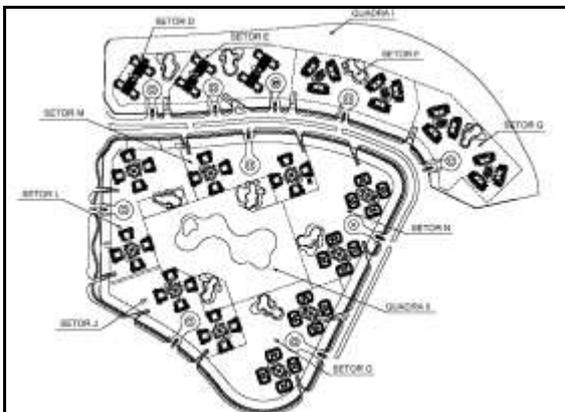


Figura 2 - Divisão dos setores do embasamento e quadras.

Os estudos de caracterização envolveram 4 verticais de ensaios CPTu com 13 ensaios de dissipação, 34 ensaios de palheta e 8 coletas em amostradores Shelby. Um resumo das características geotécnicas da camada muito mole superficial foi apresentado por Sandroni e Deotti (2008), sendo reproduzido nas Tabelas 1 e 2.

Os ensaios de caracterização registraram um material com umidade natural de até 600%, até 3m de profundidade, reduzindo para 100 a 300% de 3 a 13m de profundidade. Os valores de limite de liquidez são bastante elevados, sendo superiores na superfície, assim como os limites de plasticidade. Os valores de peso específico natural são bastante reduzidos, cerca de  $12 \text{ kN/m}^3$ , e os valores de índice de vazios são muito altos, face ao elevado teor de umidade.

Os ensaios de laboratório confirmaram os resultados dos ensaios Vane e piezocone, ou seja, o estrato superficial apresenta baixíssima consistência, com resistência muito reduzida e elevada compressibilidade. Abaixo da camada mole, o perfil geotécnico apresenta camadas alternadas de sedimentos arenosos e argilosos, com  $N_{SPT}$  variados, mas com resistência significativamente superior ao estrato argiloso superficial, até o horizonte residual. O horizonte de solo residual teve início a profundidades que variam de 10 a 16m até o limite das sondagens, de 19 a 45m de profundidade.

As estacas utilizadas foram do tipo pré-moldada, fornecidas por fabricantes distintos: no trecho da obra

que compõe os embasamentos foram utilizadas estacas pré-moldadas de concreto armado, com diâmetros variados. Neste trabalho foram analisadas apenas as estacas do embasamento.

Além da diferença de diâmetro, as estacas possuíam outras características geométricas distintas: algumas contemplavam seção plena, enquanto as de maior diâmetro apresentavam seção vazada. As cargas nominais das estacas estão listadas na Tabela 3.

### 3. DISTRIBUIÇÃO “A PRIORI”

Vários métodos são disponíveis para a determinação do atrito lateral e da resistência de ponta unitária oferecida pelo solo durante a cravação (Toolan e Fox, 1977, Stevens et al, 1982, Semple e Gemeinhardt, 1981). Os métodos utilizados na engenharia offshore são derivados da API (2000), além dos métodos baseados no CPT (Ruiter e Beringen, 1979; Toolan e Fox, 1977). Cabe destacar que estes métodos foram originalmente concebidos para a experiência com estacas offshore.

Neste estudo, os valores da resistência do solo durante a cravação (SRD) “a priori” são baseados inicialmente no método de Decourt-Quaresma (1978), amplamente utilizado no Brasil para a estimativa da capacidade de carga estática a longo prazo. De forma a prever os valores para as condições durante a cravação, o método de Decourt-Quaresma (1978) foi adaptado pela proposta de Toolan e Fox (1977), “remoulded shear strength method”. Toolan e Fox (1977) recomendam a utilização, nas camadas argilosas, da resistência ao cisalhamento amolgada, tanto para o atrito externo (na situação embuchada), como no atrito externo e interno (na situação não embuchada). Nas camadas de solo residual, em grande parte de natureza siltosa e arenosa (no caso em apreço), tanto o atrito lateral unitário como a resistência de ponta durante a cravação contínua são calculados utilizando-se os procedimentos estáticos, conforme

preconizam Toolan e Fox, 1977, Stevens et al, 1982, Semple e Gemeinhardt, 1981. Porém, valores limites de atrito lateral e resistência de ponta são normalmente aplicados para a estimativa da resistência durante a cravação.

Os valores limites incorporados na presente análise foram de 120 kPa em relação ao atrito unitário (Toolan e Fox, 1977) e de 9,8 MPa, em relação à resistência unitária de ponta para areias (Stevens et al (1982)). A escolha destes limites procurou contemplar uma interpretação dos autores como um consenso entre as opiniões dos autores pesquisados.

O valor médio e a variância das distribuições “a priori” foram estimados usando a aproximação FOSM (first order second moment) a partir do valor médio e da variância do  $N_{SPT}$  com base nos furos de sondagens mais próximos de cada uma das estacas analisadas. O método teórico do Corpo de Engenheiros da Marinha dos Estados Unidos, detalhado em U.S. Army Corps of Engineers (2005), foi concebido para aplicação em estacas em terra, similar ao método API (2000) para estacas offshore. Este método foi também considerado neste estudo para permitir comparações com métodos amplamente utilizados internacionalmente. Neste caso, as fórmulas desenvolvidas para o valor esperado e a variância dos parâmetros do solo são baseadas em correlações com o  $N_{SPT}$  propostas por Kulhawy e Mayne (1990). Porém, as correlações de Kulhawy e Mayne (1990) são aplicáveis ao SPT Americano, cuja eficiência é cerca de 55 a 60% da energia teórica de queda livre, enquanto a eficiência no Brasil é de cerca de 72 a 83%. Uma correção aplicável ao  $N_{SPT}$  brasileiro foi adotada para a estimativa do valor médio e variância dos parâmetros do solo. Cabral (2008) detalha as fórmulas desenvolvidas para a determinação do valor médio e da variância da estimativa “a priori” por ambos os modelos de cálculo da estimativa “a priori”.

Os valores calculados para a média e desvio padrão das estimativas “a priori” são mostrados por triângulos na

Figura 3 (método de Decourt-Quaresma) e Figura 4 (método do Corpo de Engenheiros da Marinha dos Estados Unidos).

Os menores coeficientes de variação se referem à distribuição estatística das estacas que transferem uma maior porcentagem da carga por atrito lateral (Cabral, 2008). Destaca-se também que a estimativa da resistência “a priori” transferida ao solo por atrito lateral foi razoavelmente uniforme, com um coeficiente de variação no intervalo de 0.10 a 0.30, com média de 0.16. Por outro lado, para a resistência de ponta o coeficiente de variação foi muito maior, variando de 0.45 a 1.1, com média de 0.68.

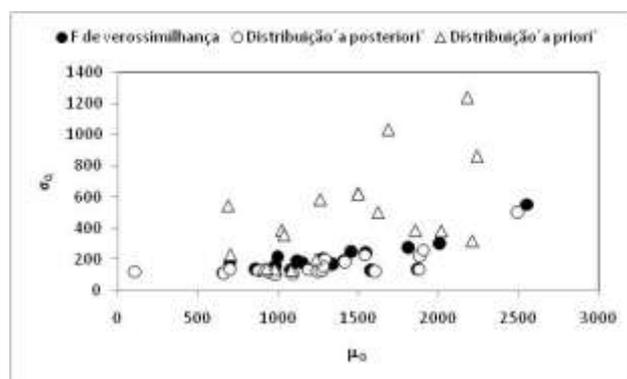


Figura 3 - Valor médio x desvio padrão (método Decourt-Quaresma).

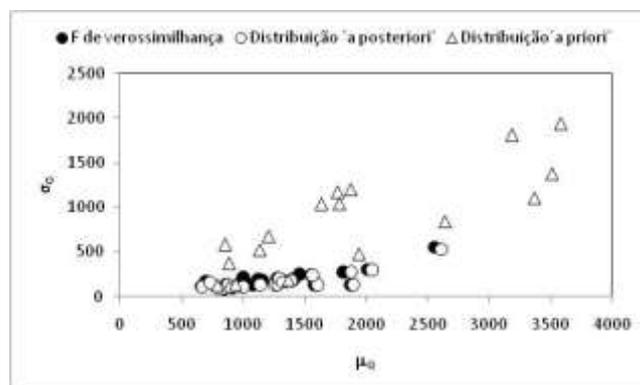


Figura 4 - Valor médio x desvio padrão (método do Corpo de Engenheiros da Marinha dos Estados Unidos).

Tabela 1 – Descrição Geotécnica da Camada Mole Superficial, Sandroni e Deotti (2008).

Intervalo de profundidade (m)	Descrição tátil-visual	Teor de umidade (%)	Limite de Liquidez (%)	Índice de plasticidade (%)
0,0 a 3,0	Turfa cinza escuro e argila siltosa, com conchas	200 a 600	270 a 370	150 a 250
3,0 a 12,0	Argila siltosa orgânica cinza escuro com conchas	100 a 300	100 a 250	60 a 120

Nota 1 – Limites de liquidez e plasticidade – obtidos sem secagem prévia

Tabela 2 – Compressibilidade e resistência da camada mole, Sandroni e Deotti (2008).

Intervalo de profundidade (m)	Pré-adensamento (kPa) *Ver nota 2	Índice de compressão virgem= $C_c/(1+e)$	Resistência do ensaio Vane (kPa)	Resistência de ponta corrigida do piezôcone ( $q_T$ , kPa)
0,0 a 3,0	10	0,48	3,0 a 8,0	110 a 220
3,0 a 12,0	20	0,42	5,0 a 15,0	150 a 240

Nota 2 – Diferença entre tensão de pré-adensamento e tensão efetiva vertical

Nota 3 – Valores de  $N_{SPT}$  iguais ou inferiores a 1

Obs: Coeficiente de adensamento da ordem de 1 a  $3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

Tabela 3 – Cargas de trabalho das estacas do embasamento (Geomec, 2005).

Seção	Característica da Seção	Área da Seção aparente de concreto (cm <sup>2</sup> )	Carga de Trabalho (kN)
φ26	Plena	531	550
φ33	Vazada	601	900
φ38	Vazada	754	1050
φ42	Vazada	895	1300
φ50	Vazada	1257	1450

#### 4 DISTRIBUIÇÃO DA FUNÇÃO DE VEROSSIMILHANÇA

O programa GRLWEAP (2005) foi utilizado na estimativa da função de verossimilhança da resistência oferecida pelo solo durante a cravação (SRD). Guttormsen (1987) realizou análises paramétricas utilizando o GRLWEAP incluindo a eficiência do martelo, a porcentagem de atrito e sua distribuição ao longo da estaca, o amortecimento de atrito e de ponta do modelo de Smith

(1960), o coeficiente de restituição do coxim e do cepo e o comprimento dos elementos de estaca. Foi verificado que a eficiência do martelo é uma das maiores fontes de incerteza nas previsões de cravabilidade. Portanto, na presente análise de estacas pré-moldadas a eficiência média foi fixada em 60%, variando de 50 a 70%. A porcentagem de atrito lateral para a resistência total foi considerada a mesma utilizada para a estimativa da resistência “a priori”. De acordo com Guttormsen (1987), a variância total que reflete a incerteza

global dos parâmetros acima é estimada através do programa GRLWEAP como:

$$\sigma_T^2 = \sigma_H^2 + \sigma_L^2 \quad (3)$$

$\sigma_H^2$  é a variância relativa à eficiência do martelo e  $\sigma_L^2$  é a variância relativa à incerteza dos demais parâmetros. A variância  $\sigma_H^2$  é estimada de acordo com a Figura 5 como (Guttormsen, 1987):

$$\sigma_H^2 = \left[ \frac{n_1 - n_2}{2} \right]^2 \quad (4)$$

Os valores limites  $n_1$  e  $n_2$  na Figura 5 são determinados para o valor médio de  $\mu_{SRD}$  correspondentes às eficiências de 70 e 50%, respectivamente. O segundo valor do termo da direita da Equação 3 é estimado como (Guttormsen, 1977):

$$\sigma_L^2 = (\Omega \mu_N)^2 \quad (5)$$

$\Omega$  é o coeficiente de variação do número de golpes, cujo valor médio,  $\mu_N$ , é medido durante a cravação. Com base em extensa experiência com estacas offshore no NGI, Guttormsen (1987) sugeriu para  $\Omega$  o valor de 0.10.

No caso presente, em se tratando de obra em terra onde as incertezas são maiores, considerou-se um valor de  $\Omega$  de 0.12.

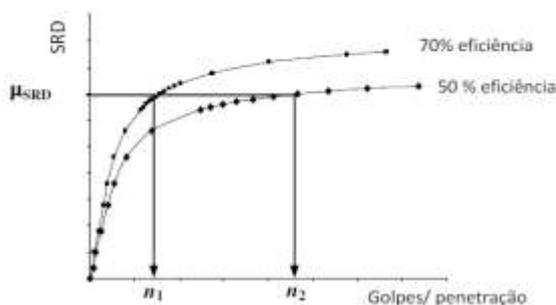


Figura 5 - Valores limites de número de golpes por penetração para o valor esperado de  $\mu_{SRD}$  (veja Figura 6).

A variância da função de verossimilhança é, então, estimada da Figura 6, como:

$$\sigma_Q^{2,L} = \left[ \frac{S_U - S_L}{2} \right]^2$$

(6)

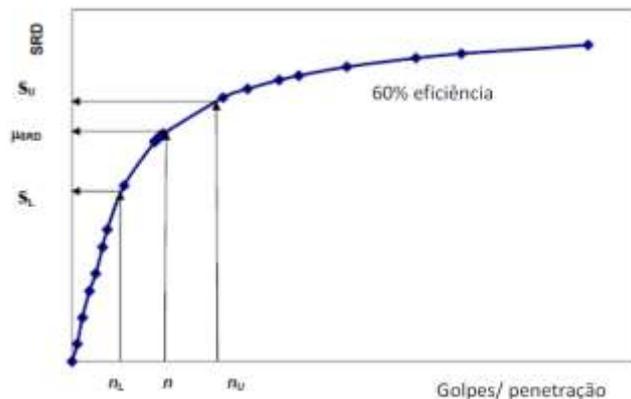


Figura 6 - Procedimento para a estimativa da função de verossimilhança (Cabral, 2008).

Os parâmetros indicados na Figura 6 e Equação 6 são os seguintes:

$n$  = número de golpes por penetração medido no campo;

$$n_U = n + \sigma_T$$

$$n_L = n - \sigma_T$$

$\mu_{SRD} = \mu_{QL}$ , valor esperado da SRD (correspondente à eficiência média de 60%).

$S_U$  = limite superior da SRD

$S_L$  = limite inferior da SRD

Os valores médios e desvios padrões obtidos da função de verossimilhança são mostrados nos círculos cheios da Figura 3 (método de Decourt e Quaresma) e Figura 4 (método do Corpo de Engenheiros da Marinha dos Estados Unidos).

## 5 DISTRIBUIÇÃO “A POSTERIORI”

As equações (1) e (2) são utilizadas para a estimativa da média e variância da distribuição “a posteriori”. Os valores calculados das médias e desvios padrão das estimativas “a posteriori” são mostrados por círculos vazados na Figura 3 (método de Decourt e Quaresma) e Figura 4 (método do Corpo de Engenheiros da Marinha dos Estados Unidos).

A resistência oferecida pelo solo durante a cravação (SRD) “a posteriori” é sempre um valor compreendido entre aquele obtido “a priori” e àquele correspondente à função de

verossimilhança, tendendo a estar mais próximo da distribuição de menor variância. O coeficiente de variação da distribuição “a posteriori” é sempre menor do que o das demais distribuições, uma vez que a distribuição “a posteriori” inclui ambas as informações (“a priori” e função de verossimilhança), reduzindo a incerteza da estimativa.

A Figura 7 resume o resultado do procedimento de atualização para ambos os métodos utilizados na estimativa “a priori” (método de Decourt e Quaresma e método do Corpo de Engenheiros da Marinha dos Estados Unidos). Observa-se que as estimativas “a posteriori” praticamente coincidem após a atualização, apesar dos valores médios da estimativa “a priori” pelo método do Corpo de Engenheiros da Marinha dos Estados Unidos terem superado, em cerca de 30%, àqueles obtidos pelo método de Decourt e Quaresma.

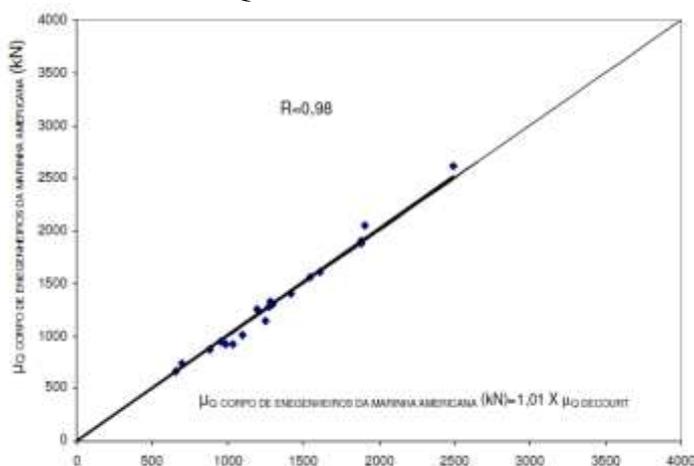


Figura 7: Estimativas “a posteriori” pelos 2 modelos de cálculo da SRD.

## 6 CONCLUSÕES

O artigo apresenta um procedimento de atualização da resistência oferecida pelo solo durante a cravação baseado em registros documentados durante a cravação de estacas. O procedimento foi originalmente concebido para o controle do desempenho de estacas offshore e adaptado posteriormente para aplicações a estacas em terra. Detalhes das fórmulas desenvolvidas, baseadas na aproximação FOSM (first order second moment) podem ser encontradas em Cabral (2008).

O procedimento de atualização foi capaz de eliminar, de forma significativa, as incertezas dos modelos de previsão “a priori”.

Uma aplicação prática relevante deste procedimento consiste na seleção de estacas a serem testadas através de provas de carga estáticas ou ensaios de carregamento dinâmico, através da escolha daquelas que contemplem uma menor estimativa da SRD atualizada e uma maior variância.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANG, A. H. S. e TANG, W, H. 1984. Probability concepts in engineering planning and design, John Wiley & Sons, Inc.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API). 2000. Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platform, API RP2A, Dallas, Texas, USA.

CABRAL, E. V. 2008. Contribuição a confiabilidade de estacas cravadas através de um estudo de caso com aplicação da teoria Bayesiana. Tese de MSc., Programa de Engenharia Civil da UERJ.

DECOURT, L. e QUARESMA, A. R. 1978. Capacidade de carga de estacas a partir dos valores de  $N_{SPT}$ . Anais do 6º COBRAMSEF, Rio de Janeiro, Vol.1, p. 45-53.

GEOMECH. 2005. Relatórios de Ensaios de Prova de Carga Dinâmica.

GRLWEAP. 2005. Wave equation analysis of pile driving, Manual da versão de 2005, PDI.

GUTTORMSEN, T. R. 1987. Uncertainty in Offshore Geotechnical Engineering. Application of Bayesian Theory to Pile Driving Predictions. Relatório Pesquisa, Societe Nationale Elf Aquitaine.

GOULOIS, A. e LACASSE, S. 1989. Reliability analysis of axial pile capacity.

Anais XII International Conference on SMFE, Rio de Janeiro, pp. 845-848.

KULHARY, F. H e MAYNE, P. W. 1990. Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design, Cornell University.

LACASSE, S., TAN, A. H. e KEAVENY, J. M. 1991. Expert assistance for updating axial pile capacity from pile driving observations. Anais, Field Measurements in Geotechnics. Sorum, Balkema.

LACCASSE, S. e NADIM, F. 1994. Reliability issues and future challenges in geotechnical engineering for offshore structures. Publicação NGI, No 191, p. 1-30.

RUITER, J. e BERINGEN, F. L. 1979. Pile Foundations for large north sea structures. Marine Geotechnology, Vol.3, No 3, p. 267-314.

SANDRONI, S. S. e DEOTTI, L. 2008. Instrumented Test Embankment on Piles and Geogrid Platform at the Panamerican Village, Rio de Janeiro, The first Pan American Geosynthetics Conference & Exhibition, Cancun.

SEMPLE, R. M. e GEMEINHARDT, J. P. 1981. Stress history approach to analysis of soil resistance to pile drivig. Anais. 13<sup>rd</sup>OTC, Houston, Texas, Vol.1, p.165-172.

SMITH, E. A. L. 1960. Pile Driving Analysis by the Wave Equation. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 127, part I, pp. 1145-1193.

STEVENS, R., WILTSIE, A. e TURTON, T. H. 1982. Evaluating pile drivability for hard clay, very dense sand and rock. Anais, 14<sup>th</sup>OTC, Houston, Texas, Vol.1, p.465-481.

TOOLAN, F. E. e FOX, D. A. 1977. Geotechnical planning for pile foundation

for offshore platforms. Anais, ICE, Part 1, Vol.1, pp. 221-243, London.

US ARMY CORPS of ENGINEERS. 2005. Design of Pile Foundations. University Press of the Pacific Honolulu, Hawaii.