



APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO DE RISCO

Tuany Esthefany Barcellos de Carvalho Silva¹, Marco Aurélio dos Santos Sanfins², Daiane Rodrigues dos Santos³

Introdução

Os estudos de Markowitz foram a base para a Moderna Teoria de Carteiras, que apresenta a diversificação como principal instrumento para a redução do risco global de um portfólio de investimentos. A eficiência de uma carteira é relacionada pelo binômio risco e retorno, ou seja, o investidor pode reduzir o risco de seus investimentos, alterando a alocação, com o intuito de manter o retorno desejado. Para resolver tal problemática utiliza – se modelos matemáticos que ofereçam suporte às escolhas dos ativos.

Apesar de termos diversos modelos para otimização de investimentos, o presente trabalho utilizará o modelo de Markowitz. O economista Harry Markowitz desenvolveu, através da aplicação de programação quadrática a carteiras de ativos (conjunto de aplicações de um investidor), um processo de otimização que permite a minimização do seu risco para um determinado nível de retorno. Ao se realizar o processo para vários níveis de retorno, cria-se a denominada curva de Markowitz, que determina a fronteira para a qual as diferentes combinações de proporções de ativos de uma carteira promovam os maiores retornos com os menores riscos possíveis.

Essa teoria nos mostra que o risco de uma carteira não é dado simplesmente pela média do risco dos ativos individuais, para calcular esse risco com eficiência é preciso considerar a correlação entre os ativos. Se os Ativos não fossem correlacionados, a diversificação do portfólio poderia eliminar o risco. O fato de os retornos dos ativos terem um alto grau de correlação, mas não serem perfeitamente correlacionados, implica em que a diversificação pode reduzir, mas não eliminar o risco.

¹ Universidade Federal Fluminense (UFF), tuanybarcellos@id.uff.br

² Universidade Federal Fluminense (UFF), marcosanfins@gmail.com

³ Universidade Federal Fluminense (UFF), daianasantoseco@gmail.com



Objetivos

Aplicar a teoria de otimização de portfólio de investimentos de Markowitz para otimizar carteiras de ações, em um único período, que atualmente são listadas na valores brasileira (B3), afim de obter diferentes alocações para as classes de ativos que maximizem o retorno que é tão almejado pelo investidor.

Material e Método

Na área financeira existem tipos de risco, segundo Assaf (2006) chama-se de risco o grau de incerteza sobre a rentabilidade de um investimento. A volatilidade é uma medida de dispersão dos retornos de um título ou índice de mercado, ou seja, quanto mais o preço de uma ação varia num período curto de tempo, maior o risco de se ganhar ou perder dinheiro negociando esta ação. Risco de mercado pode ser definido como as oscilações de preço decorrentes de eventos que atingem sistematicamente todo o mercado. Por isso, também é conhecido como risco sistêmico.

O risco é um dos fatores principais a ser considerado pelos investidores, ao lado da rentabilidade e do prazo de retorno. Visando mensurar o risco de uma carteira, para um retorno pré-definido, foi que surgiu a teoria de Markowitz, a qual traz a equação do risco (desvio-padrão) de uma carteira de dois ativos (i e j) como sendo a seguinte:

$$\sqrt{(w_i^2 \times \sigma_i^2) + (w_j^2 \times \sigma_j^2) + 2 \times w_i \times w_j \times cov_{i,j}}$$

Segundo Sharpe-1995, as premissas adotadas por Markowitz para a construção de sua inovadora teoria foram: os investidores avaliam as carteiras baseando - se no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos em um dado período, repelem o risco e escolhem carteiras com o menor risco dentre as carteiras de mesmo retorno, são completamente racionais, sejam eles iniciantes ou profissionais da área, sempre escolhendo a carteira de maior retorno dentre as carteiras de mesmo risco, os ativos individuais são continuamente divisíveis, o que possibilita aos investidores a compra de frações dos ativos, existe uma taxa livre de risco, na qual os investidores podem tanto emprestar quanto tomar emprestado, os investidores têm a mesma opinião acerca da distribuição das probabilidades das taxas de retorno dos ativos, havendo, assim, um único conjunto de carteiras eficientes, impostos e custos de transação são irrelevantes. Após o estudo das premissas, Markowitz-1952 afirma que as variáveis que interessam aos investidores na hora de selecionar uma carteira, seriam o retorno esperado e o risco.

O conceito de Fronteira Eficiente trata-se da combinação de um determinado grupo de ações formando infinitas e diferentes carteiras. As carteiras da fronteira são chamadas de



carteiras ótimas, Ou seja, pela definição de Markowitz, fronteira eficiente é a linha das carteiras que apresentam o máximo retorno para um determinado nível de risco.

Para iniciar a diversificação de um portfólio segundo a teoria de Harry Markowitz, precisa – se determinar a fronteira eficiente do mercado, determinar o ponto de tangência entre o Capital Market Line (CML) e Fronteira Eficiente de Mercado e determinar o ângulo θ que maximiza a inclinação da CML e que contém pelo menos um ponto da Fronteira Eficiente de Mercado.

Resultados e Discussão

Foram utilizadas funções criadas no R para calcular Markowitz média-variância eficiente, essas funções devem ser usadas para mostrar a aplicação da teoria de Markowitz.

Para especificar um portfólio, precisa-se de um vetor de retorno esperado e uma matriz de covariância para os ativos em questão, bem como um vetor de pesos de carteira. Para criar um uso do portfólio igualmente ponderado usou – se os seguintes dados:

Tabela 1 – Dados de entrada no R

Nome dos Ativos	<code>> asset.names <- c("MSFT", "NORD", "SBUX")</code>
Retorno esperado dos Ativos	<code>> er <- c(0.0427, 0.0015, 0.0285)</code>
Matriz de Covariância	<code>> covmat <- matrix(c(0.0100, 0.0018, 0.0011, 0.0018, 0.0109, 0.0026, 0.0011, 0.0026, 0.0199), nrow=3, ncol=3)</code>
Peso dos Ativos na carteira	<code>>ew = rep(1,3)/3</code>

Fonte: ZIVOT, 2008

Utilizando os dados de entrada foram aplicadas no software R as seguintes funções para a obtenção do resultado final.

Tabela 2 – Funções aplicadas no R

getPortfolio	Criar objeto de portfolio
globalMin.portfolio	Calcula portfólio global de variância mínima
efficient.portfolio	Calcular o portfólio de variância mínima sujeito à meta de retorno
tangency.portfolio	Carteira de tangência
efficient.frontier	calcular fronteira eficiente de ativos de risco

Fonte: ZIVOT, 2008



Retornos esperados e desvios-padrão das carteiras de fronteira. O gráfico resultante é mostrado na Figura 1. Gráfico da fronteira eficiente mostrando os ativos originais e o uso do portfólio de tangência.

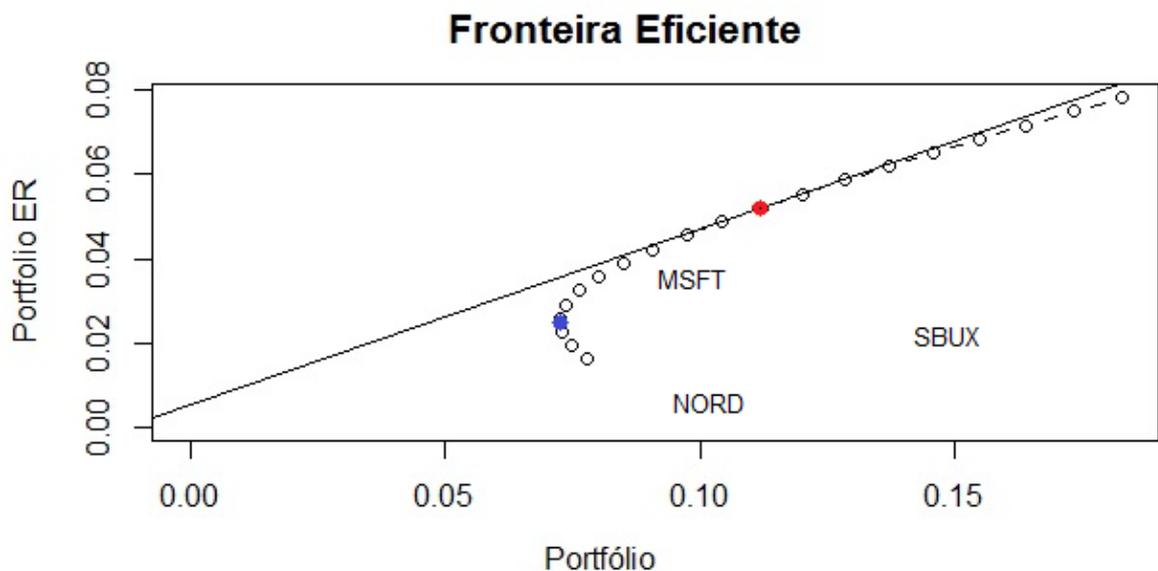


Figura 1 – Fronteira Eficiente – Portfólio

Fonte: ZIVOT, 2008

Conclusão

Com a aplicação das devidas funções conseguimos chegar ao resultado esperado, determinando a fronteira eficiente dos ativos, o ponto de tangência entre CML e a Fronteira Eficiente, com o ângulo que maximiza a inclinação da CML contendo pelo menos um ponto da Fronteira, chegando assim a uma diversificação de portfólio, ou seja, uma carteira eficiente.

Referências

- [1] NETO, A. A. Mercado Financeiro. [S.l.]: Atlas, 2007.
- [2] MARKOWITZ, H. M. Portfolio Selection. [S.l.]: Journal of finance n. 1, v. 7, p.77-91, 2952.
- [3] SHARPE WILLIAN F.; ALEXANDER, G. J. B. J. V. I. New Jersey: Prentice Hall. 5. ed. [S.l.: s.n.], 1995.
- [4] ZIVOT ERICK, Computing Efficient Portfolios in R, 2008