

Abelhas geométricas

Marianna Ramos Rodrigues¹
marianna.rrodrigues@gmail.com

Resumo

O artigo trata do relato da experiência realizada no Colégio Estadual Manuel de Abreu, onde alunos foram confrontados com o material desenvolvido pela autora quando ela fez parte do Subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência da Universidade Federal Fluminense (PIBID-UFF), no projeto História em Quadrinhos no Ensino de Matemática – HQEM. A história em quadrinhos “Abelhas Geômetras” foi aplicada e avaliada por 19 alunos do Ensino Médio e seu professor de matemática, por meio de uma proposta de atividade e questionários. Com o objetivo de reduzir dificuldades ligadas ao uso da língua materna, a apresentação e simulação de situações problemas, bem como uma possível solução, foram apresentados na linguagem dos quadrinhos. Apesar de alguns resultados diferenciados, o quadrinho teve uma boa aceitação pelos envolvidos nesta pesquisa, sendo possível concluir, baseando-se nos resultados obtidos, que cumpriu seu objetivo inicial.

Palavras-chave: Formação de Professores; Resolução de Problemas; Geometria; História em Quadrinhos.

Introdução

Entre maio de 2016 e fevereiro de 2018, fui bolsista do subprojeto PIBID-UFF Matemática, coordenado pelo professor Wanderley Moura Rezende. Um dos projetos que desenvolvemos foi o “Projeto HQ”, que mais tarde passou a ser chamado de “HQEM – História em Quadrinhos no Ensino de Matemática”. Formado por cinco bolsistas e uma colaboradora, o projeto tornou possível pesquisas sobre o potencial do uso de histórias em quadrinhos na educação e o processo criativo de HQ, considerando as características dessa linguagem. O

¹ Especialista em Matemática, suas tecnologias e o mundo do trabalho (UFPI). Prefeitura Municipal de Teresópolis - RJ.



grupo de estudos permitiu a produção de algumas histórias, dentre eles a HQ Abelhas Geômetras, tema do meu Trabalho de Conclusão de Curso.

Introdução

A metodologia de ensino de resolução de problemas para aulas de matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a recomendação do uso de quadrinhos como instrumento didático em algumas disciplinas, foram me ensinados no período em que fui bolsista. Já as HQs eram familiares a mim desde a infância.

Embora não houvesse uma recomendação direta ao uso de quadrinhos como recurso didático na disciplina de matemática, as diretrizes do país, os PCN, também não os proibia. Em compensação, a metodologia de ensino de resolução de problemas é fortemente recomendada no ensino de matemática nos PCN, sendo sugerida por diversos autores ao longo das últimas décadas.

De acordo com Onuchic e Allevato (2004), a metodologia de ensino de resolução de problemas tem como propósito:

[...] fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideais matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 218)

No entanto, para se resolver um problema matemático, além do conhecimento da ciência, a interpretação da própria questão se faz necessária. Esse último ponto é apontado como o responsável do fracasso dos alunos na resolução de problemas em queixas comuns aos professores. Esse foi o ponto de partida da equipe para elaboração do projeto.

Quadrinhos unem linguagem verbal e não verbal, dividem textos em balões de falas e/ou recordatórios, dentro de requadros, e podem simular uma situação problema. Com todos esses recursos, o Projeto HQ apostou na linguagem das histórias em quadrinhos para potencializar a compreensão de problemas matemáticos, confiando que as dificuldades referentes à língua materna possam ser reduzidas.



Vergueiro (2014) lista muitas razões para se defender o uso de HQs no ensino. Dentre os motivos que levam as histórias em quadrinhos a terem um bom desempenho na escola, podem ser listados:

“Palavras e imagens, juntos, ensinam de forma mais eficiente”; “Existe um alto nível de informação nos quadrinhos”; “As possibilidades de comunicação são enriquecidas pela familiaridade com as histórias em quadrinhos”; “Os quadrinhos auxiliam no desenvolvimento do hábito de leitura”; “Os quadrinhos enriquecem o vocabulário dos estudantes”; “O caráter elíptico da linguagem quadrinhística obriga o leitor a pensar e imaginar”; “Os quadrinhos têm um caráter globalizador”; “Os quadrinhos podem ser utilizados em qualquer nível escolar e com qualquer tema” (VERGUEIRO, 2014, p. 22-25)

Já no âmbito do uso de quadrinhos na resolução de problemas, Rezende defende que:

Os estudantes, ao se depararem com quadrinhos em alguns exercícios, serão convidados a ler a história. A leitura das imagens e a escrita dos balões, além de possibilitar uma interpretação e compreensão da situação problema proposta, leva à percepção de como as diversas informações captadas, ditas ou não, se relacionam com a questão proposta a eles. (REZENDE, 2016, p. 3 – 4)

O recurso da linguagem das histórias em quadrinhos pode auxiliar numa melhor compreensão de um problema matemático? Era, até então, uma questão que não tínhamos a resposta.

Em maio de 2019, a HQ “Abelhas Geômetras” foi aplicada numa turma de 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Manuel de Abreu, com supervisão do professor de matemática Wagner Esteves e a participação de 19 estudantes. Após a aplicação do produto, um questionário foi passado aos alunos e ao professor de turma. Por meio dessa experiência, pudemos ter um vislumbre do potencial real da utilização de HQs no ensino da matemática.

A HQ “Abelhas Geômetras” foi inspirada no problema da justaposição de polígonos regulares na composição de uma superfície plana. Sabe-se que para recobrir uma superfície nessas condições, pode-se usar triângulos equiláteros, quadrados ou hexágonos regulares. As abelhas utilizam o padrão de hexágonos, pois constroem os alvéolos de suas colmeias com prismas de base hexagonal. Por que as abelhas os constroem em prismas de base hexagonal e não triangular ou quadrada? Mesmo que guiadas pelo próprio instinto, é curiosa a questão. Na hipótese de haver três tipos de abelhas, a primeira construindo seus alvéolos em formato de prisma de base triangular, a segunda construindo-os em formato de prisma de base quadrada e a terceira



construindo-os em formato de prisma de base hexagonal, qual delas usaria menos cera na construção desses alvéolos?

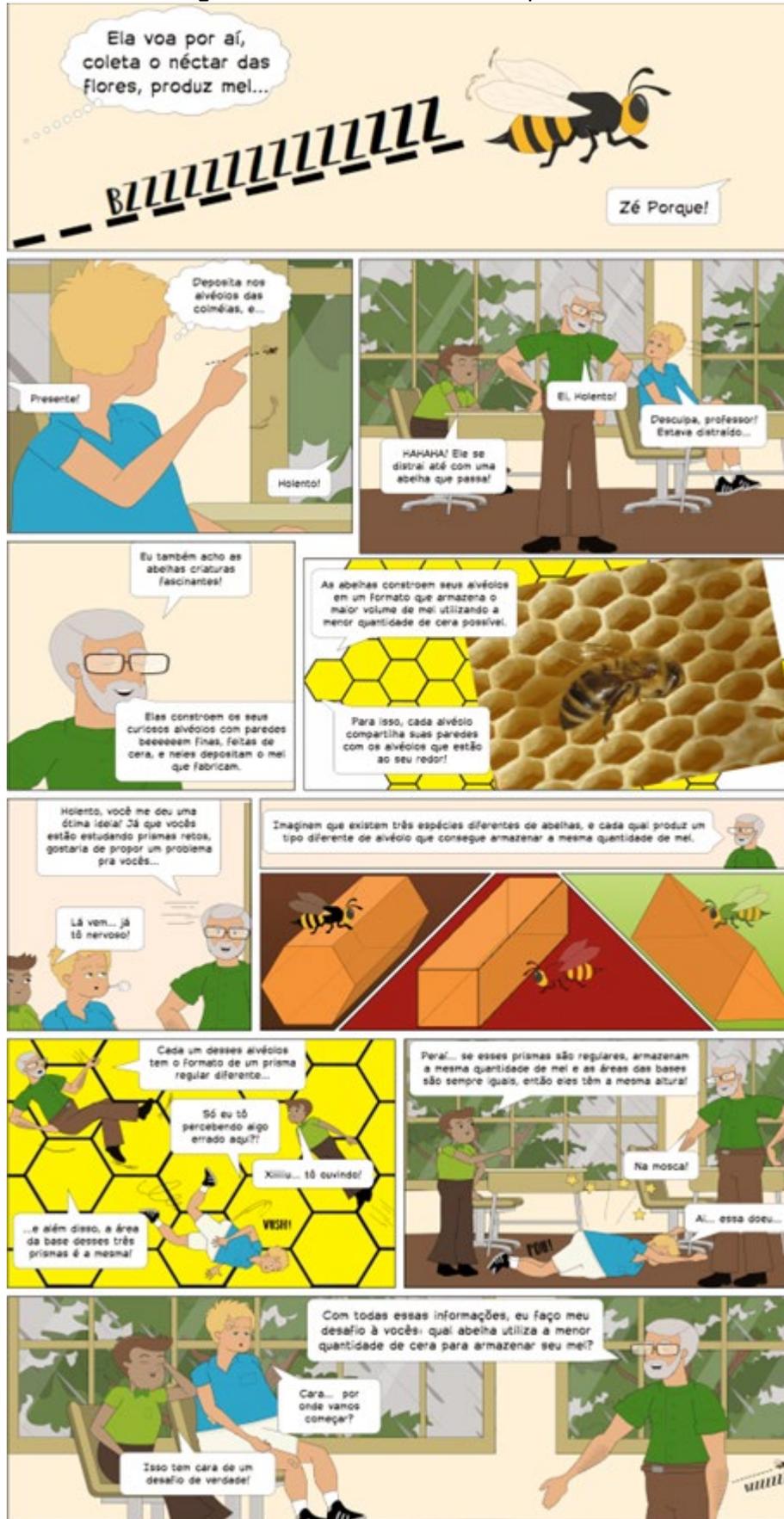
A proposta do “Projeto HQ” era, além da situação problema, uma possível solução também ser apresentada na HQ. Desta forma, para ilustrar tal situação problema e solução, foram escolhidos três dos personagens criados pelo Projeto HQ: Holento, Zé Porque e Tio Wand. O personagem Tio Wand foi inspirado no coordenador do subprojeto PIBID-UFF Matemática, enquanto Holento é um estereótipo do aluno que se distrai com facilidade e Zé Porque, um estereótipo do aluno questionador, esses dois últimos perfis comuns no universo escolar.

O próximo passo foi a elaboração de um *storyboard*, uma espécie de esboço, dividindo o problema proposto em diálogos e pensamentos dos personagens, recordatórios, cenários e quadros. Nessa etapa foi utilizado a ferramenta *Microsoft Paint*. Após revisões da equipe e aperfeiçoamento da história em quadrinhos, um bolsista do mesmo projeto, Danilo Magalhães Farias, seguiu com a criação da versão final da HQ, utilizando a ferramenta *PIXTON*, dando vida a história em ricos detalhes visuais.

Seguem abaixo o problema matemático exposto na história em quadrinhos “Abelhas Geômetras”, bem como uma de suas possíveis soluções (e continuação da história).



Figura 1 – Abelhas Geômetras: o problema



Fonte: elaborado pela autora.



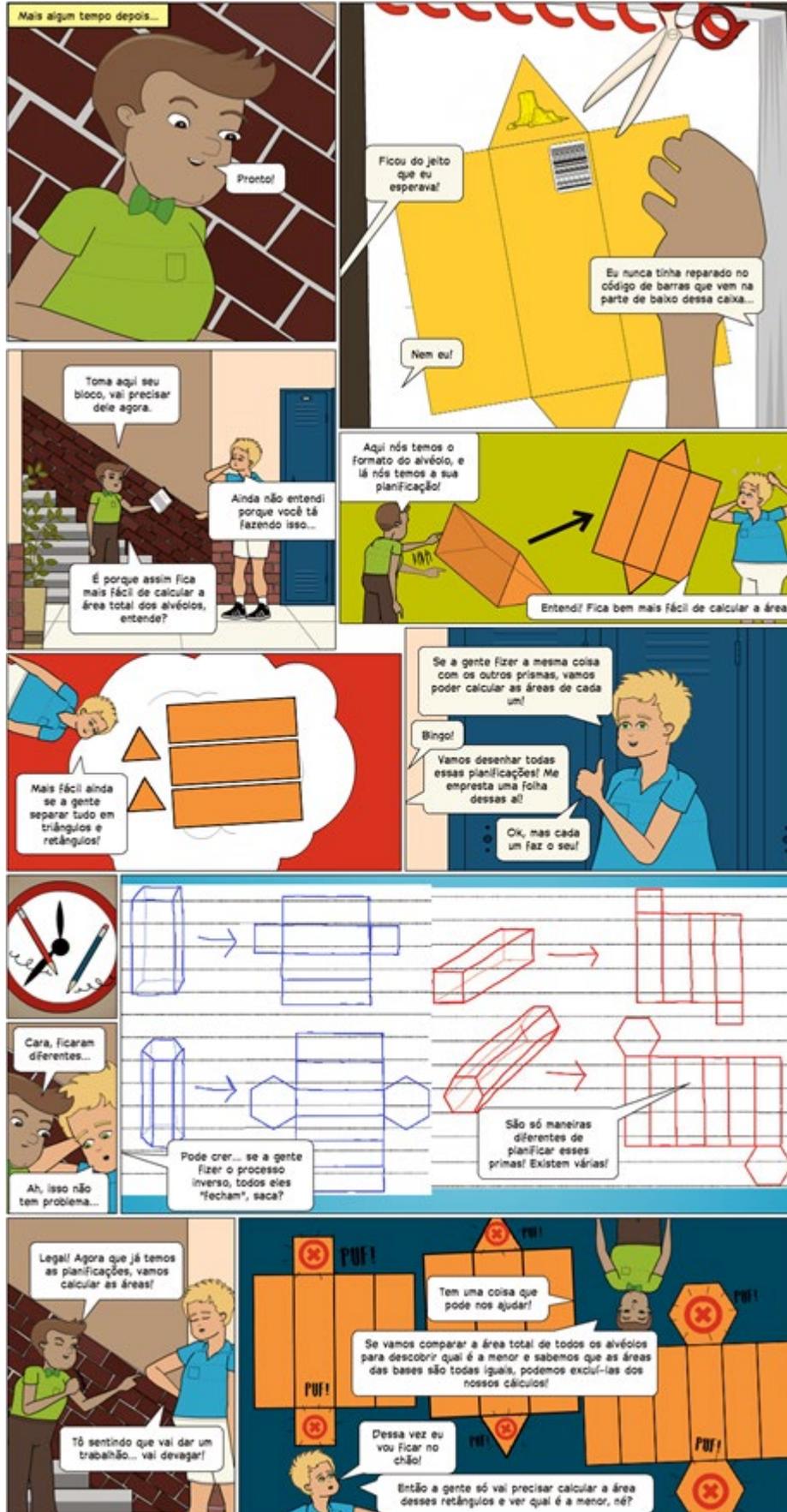
Figura 2 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 1)



Fonte: elaborado pela autora.

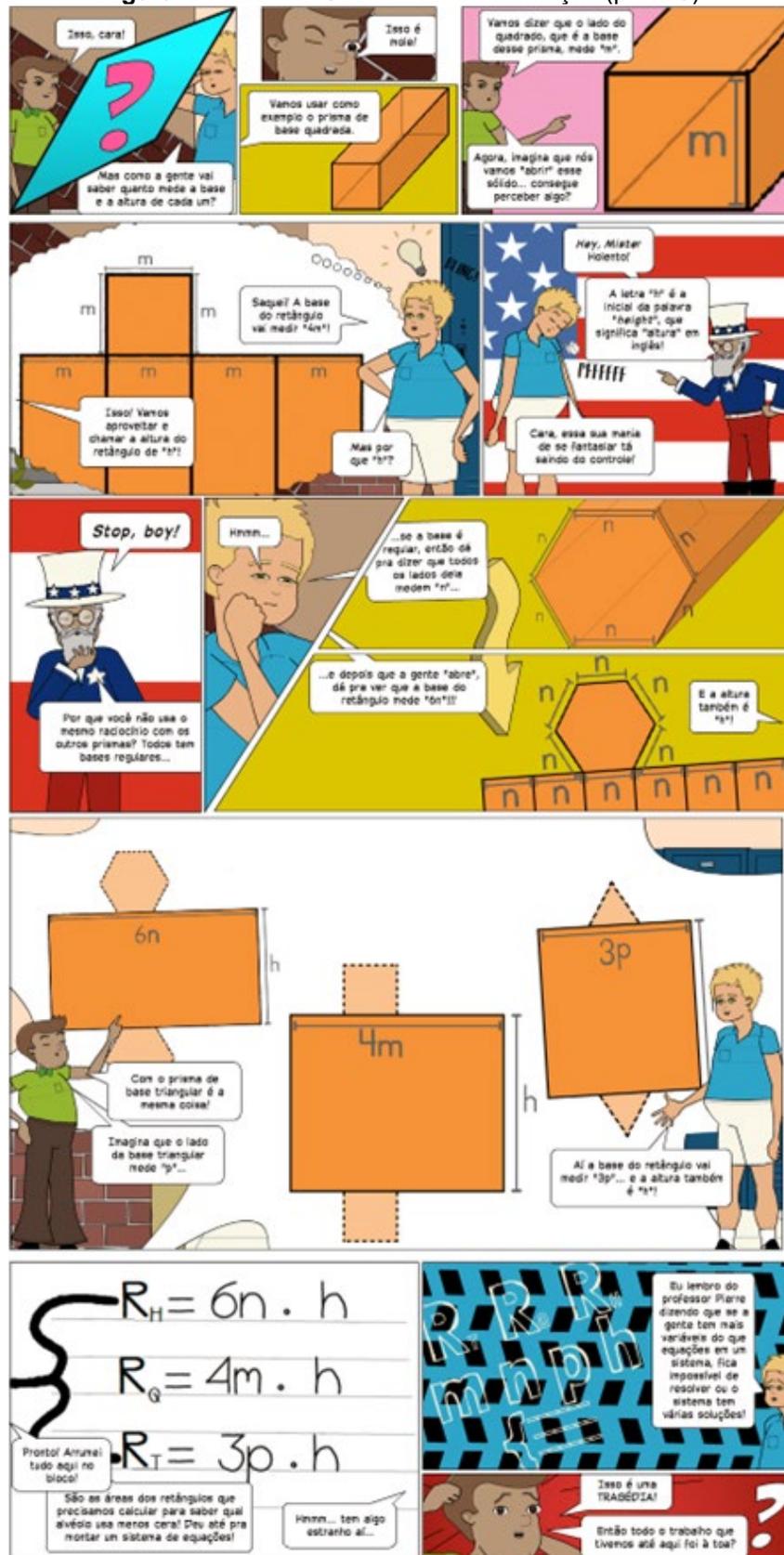


Figura 3 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 2)



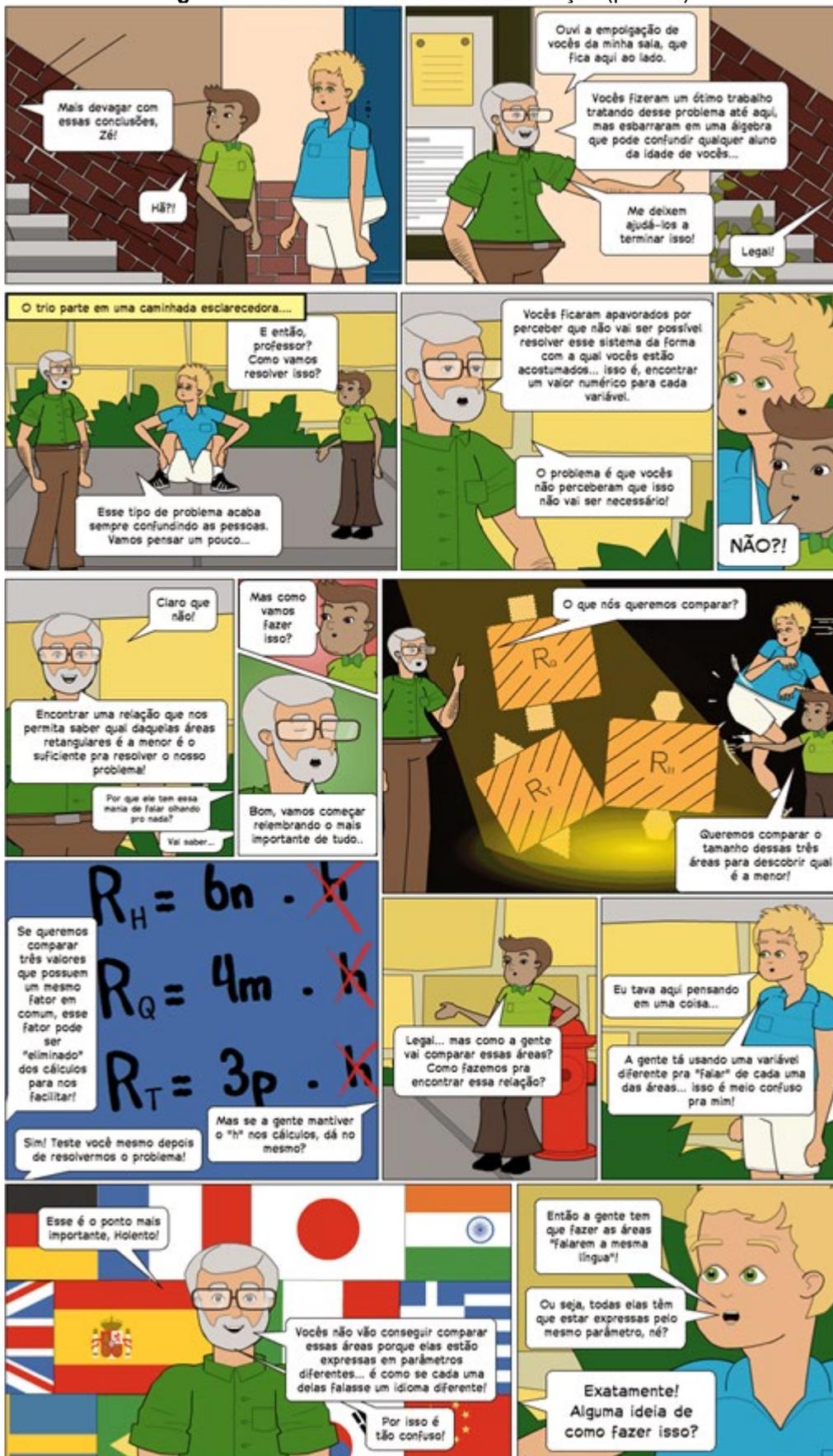
Fonte: elaborado pela autora.

Figura 4 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 3)



Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 4)



Fonte: elaborado pela autora.



Figura 6 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 5)

Vocês lembram que os prismas tinham algumas coisas em comum, não lembram?

Não conseguem pensar em nenhuma forma de relacionar "m", "n" e "p" usando alguma dessas informações?

Simmm...

Essa é difícil, hein...

As áreas das bases são todas iguais!

Existem fórmulas pra se descobrir a área do quadrado, do triângulo equilátero e do hexágono equilátero... só precisamos saber a medida do lado de cada um deles!

Exatamente!

Se essas áreas são todas iguais, podemos utilizá-las para encontrar uma relação entre "p", "m" e "n".

Tudo bem, vou dar uma colher de chá pra vocês. Olha elas aí!

$A = m^2$ (quadrado)

$A = \frac{3n^2\sqrt{3}}{2}$ (triângulo equilátero)

$A = \frac{p^2\sqrt{3}}{4}$ (hexágono equilátero)

Não conhecemos essas medidas... são "m", "n" e "p"!

A gente só não lembra dessas fórmulas...

Agora precisamos reescrever todas essas relações em função de "A".

O objetivo aqui é "isolar p". Pra isso, faremos um "truque"...

Podemos dizer que "p ao quadrado" multiplica a fração "raiz de 3, sobre 4". Multiplicando essa fração pela sua inversa, obtemos "um" como resultado, justamente o elemento neutro da multiplicação. Com isso, "p ao quadrado" fica sozinho na segunda linha!

Para finalizar, calculamos a raiz quadrada em ambos os lados da equação. Sabemos que "p" é positivo, portanto chegamos a uma única solução!

Isso pode confundir vocês um pouco, então vou dar um exemplo usando a fórmula de área do triângulo equilátero.

Mas você também tem que multiplicar o "outro lado da equação" por "quatro sobre raiz de 3" pra manter a igualdade, né?

É isso mesmo, hehehe!

$\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) \cdot A = \frac{p^2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$

$\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot A = p^2 = 1$

$\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{A} = p$

$A = \frac{p^2\sqrt{3}}{4}$
Então, $p = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{A}$

$A = m^2$
Então, $m = \sqrt{A}$

$A = \frac{3n^2\sqrt{3}}{2}$
Então, $n = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{A}}$

Os processos para "isolar" "m" e "n" são bem parecidos.

Prá facilitar a vida de vocês, aí estão "m", "n" e "p" reescritas em função de "A".

Segur... agora todos eles estão fazendo "a mesma coisa"!

Fonte: elaborado pela autora.



Figura 7 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 6)

$R_H = 6n$
 $R_Q = 4m$
 $R_T = 3p$

Agora a gente pode finalmente comparar e saber qual é a menor área...

...é só substituir esses novos resultados nas equações de área! Agora a gente tem o "raiz de A" em todas as equações!

Assim fica mais fácil de comparar. O problema são esses números esquisitos aí...

$R_H = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{A}$
 $R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$
 $R_T = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{A}$

Quarto à isso. Fiquem des preocupados!

Podemos trabalhar com aproximações! Essa calculadora aqui vai nos ajudar...

Ela nós dá uma aproximação de "raiz de 3" precisa o bastante para resolver o nosso problema.

$\sqrt[3]{3} = 1.73025$

A "raiz quarta de 3" também aparece nas equações. Aproveitem pra calcular logo!

Vamos substituir essas aproximações nas nossas equações!

Professor, essas divisões ficaram meio estranhas...

Não se preocupe. Já fizemos todo o trabalho pesado, podemos usar a calculadora sem culpa!

$R_H = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 1.73025}} \cdot \sqrt{A}$
 $R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$
 $R_T = 3 \cdot \frac{2}{1.31539} \cdot \sqrt{A}$

A aproximação que a calculadora deu foi de "1,31539"!

$R_H = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 1.73025}} \cdot \sqrt{A} = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{5.19075}} \cdot \sqrt{A}$
 $R_H = 6 \cdot \sqrt{0.38530} \cdot \sqrt{A} = 6 \cdot 0.62073 \cdot \sqrt{A}$
 $R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$
 $R_T = 3 \cdot \frac{2}{1.31539} \cdot \sqrt{A} = 3 \cdot 1.52046 \cdot \sqrt{A}$

Estamos quase lá... não estamos?

Sim!

Reparem em como as áreas estão expressas em termos semelhantes... só mais alguns cálculos e...

$R_H = 3.72438 \cdot \sqrt{A}$
 $R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$
 $R_T = 4.56138 \cdot \sqrt{A}$

E só comparar!

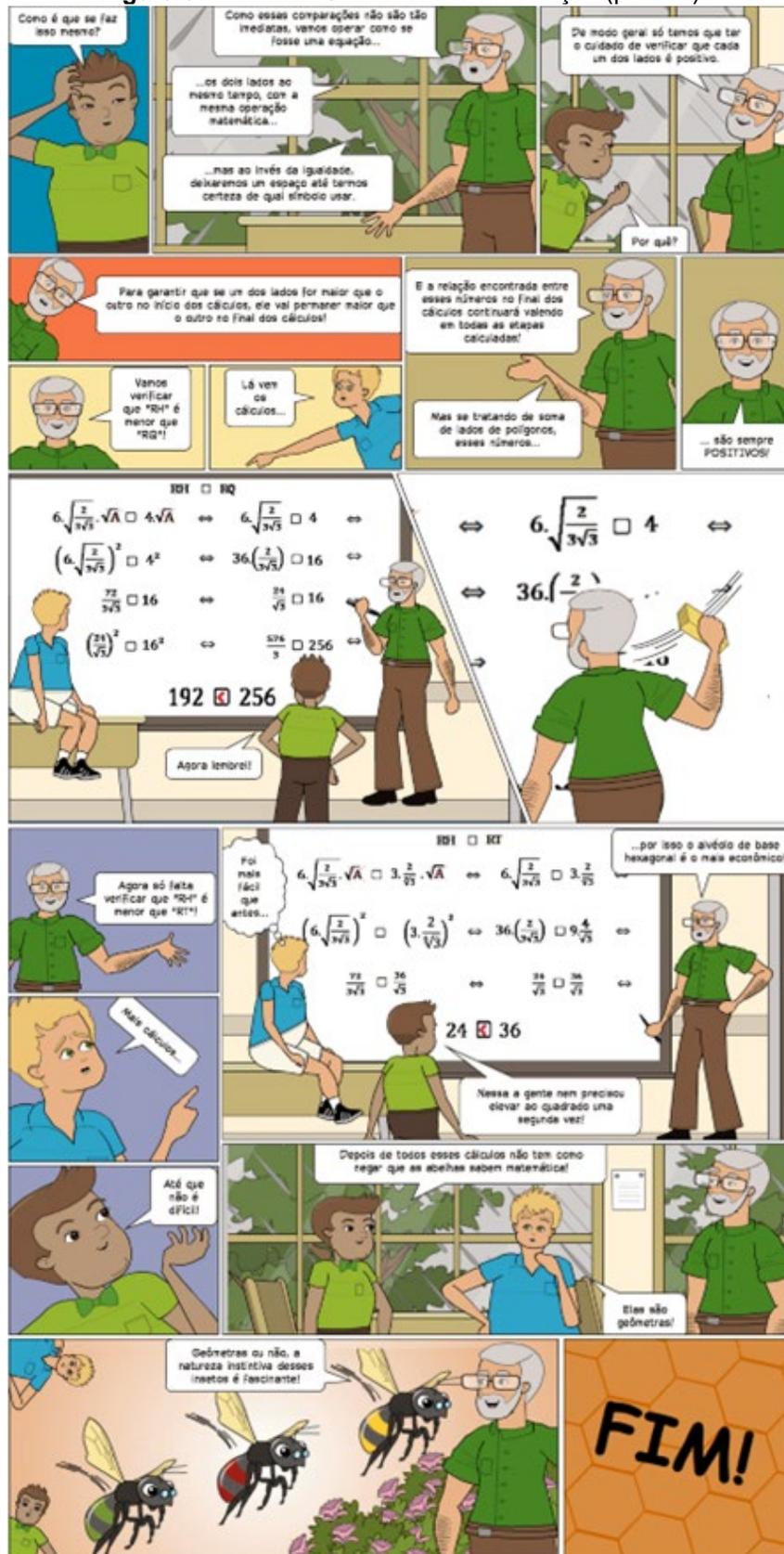
O mais econômico é o de base hexagonal!

É só para comprovar algebricamente esse resultado!

Fonte: elaborado pela autora.



Figura 8 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 7)



Fonte: elaborado pela autora.

A leitura do problema, bem como da sua solução também quadrinizada, foi realizada em grupos. A solução veio apenas depois da tentativa da resolução dos estudantes, como a continuação da história. Após isso, um questionário foi entregue ao professor da turma e aos alunos. O questionário dado aos estudantes era dividido em duas partes: uma, com dez questões discursivas, outra, com três questões de múltipla escolha. O questionário entregue ao professor era inteiramente formado por questões discursivas.

A primeira parte do questionário dos alunos tratava da relação pessoal com a matemática, sobre dificuldades de interpretação de problemas matemáticos, sobre as primeiras impressões ao ver um problema em formato de quadrinho, sobre o hábito de ler HQs e sobre a avaliação do material. Obtivemos algumas respostas interessantes que ajudam a interpretar os resultados obtidos na segunda parte do questionário. A identidade dos alunos foi preservada ao usar nomes fictícios. Sobre o uso de HQs na metodologia de ensino de resolução de problemas, adquirimos algumas das respostas abaixo:

- *“Acho bastante criativo e super interessante. Me cativo a fazer”*. (Rute)
- *“Acho diferente e criativo, principalmente em matemática, pois não é muito comum”*. (Daniel)
- *“... acho que é uma maneira mais interessante e divertida de resolver o problema”*. (Ana)
- *“Dá pra ter uma visualização melhor do problema”*. (Marcos)

Na segunda parte do questionário, a escala Likert foi utilizada para avaliar as respostas de três questões e regulada do seguinte modo: discordo totalmente (1), discordo (2), não concordo e nem discordo (3), concordo parcialmente (4) e concordo totalmente (5). Tais questões eram:

- 1) *O uso de HQ torna mais interessante o aprendizado de matemática?*
- 2) *O formato de HQ auxiliou minha compreensão do contexto do problema Abelhas Geômetras?*
- 3) *O formato de HQ auxiliou minha compreensão da solução do problema Abelhas Geômetras?*



O Quadro 1 detalha o número total das possíveis respostas a para cada uma das questões suas respectivas médias considerando os pesos estabelecidos na escala.

Quadro 1 – Exemplo de figura

Parte 2	Discordo totalmente	Discordo	Não concordo e nem discordo	Concordo parcialmente	Concordo totalmente	Média
	1	2	3	4	5	
Questão 1	0	2	5	9	3	3,68
Questão 2	1	2	2	13	1	3,58
Questão 3	0	3	6	7	3	3,57

Fonte: elaborado pela autora.

Conclusões

Através dos resultados da Tabela 1, observa-se que afirmações com características positivas se encontram na zona de concordância (média > 3). Embora a turma participante da experiência já estivesse no último ano do Ensino Médio, pouco teve contato com o conteúdo abordado no problema. Pode-se perceber dificuldades na matemática necessária para a resolução do problema, mas através das respostas ao questionário, é perceptível que o uso de HQs auxilia na compreensão dos problemas. Os alunos entenderam o que a questão pedia, porém não conseguiram resolver por falta de conhecimento da matemática necessária. Posteriormente, pretende-se reaplicar o problema em outras turmas.

Referências

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática** – pesquisa em movimento. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

REZENDE, W. M. A produção de história em quadrinhos para o ensino de matemática: o relato de uma experiência na iniciação à docência. **Revista Temporis [ação]**, Rio de Janeiro, v.16, n.2, p.353-367, agosto de 2016.

VERGUEIRO, W. **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2014.

