

Abelhas geômetras

Marianna Ramos Rodrigues¹
marianna.rrodrigues@gmail.com

Resumo

O artigo trata do relato da experiência realizada no Colégio Estadual Manuel de Abreu, onde alunos foram confrontados com o material desenvolvido pela autora quando ela fez parte do Subprojeto de Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência da Universidade Federal Fluminense (PIBID-UFF), no projeto História em Quadrinhos no Ensino de Matemática – HQEM. A história em quadrinhos “Abelhas Geômetras” foi aplicada e avaliada por 19 alunos do Ensino Médio e seu professor de matemática, por meio de uma proposta de atividade e questionários. Com o objetivo de reduzir dificuldades ligadas ao uso da língua materna, a apresentação e simulação de situações problemas, bem como uma possível solução, foram apresentados na linguagem dos quadrinhos. Apesar de alguns resultados diferenciados, o quadrinho teve uma boa aceitação pelos envolvidos nesta pesquisa, sendo possível concluir, baseando-se nos resultados obtidos, que cumpriu seu objetivo inicial.

Palavras-chave: Formação de Professores; Resolução de Problemas; Geometria; História em Quadrinhos.

Introdução

Entre maio de 2016 e fevereiro de 2018, fui bolsista do subprojeto PIBID-UFF Matemática, coordenado pelo professor Wanderley Moura Rezende. Um dos projetos que desenvolvemos foi o “Projeto HQ”, que mais tarde passou a ser chamado de “HQEM – História em Quadrinhos no Ensino de Matemática”. Formado por cinco bolsistas e uma colaboradora, o projeto tornou possível pesquisas sobre o potencial do uso de histórias em quadrinhos na educação e o processo criativo de HQ, considerando as características dessa linguagem. O

¹ Especialista em Matemática, suas tecnologias e o mundo do trabalho (UFPI). Prefeitura Municipal de Teresópolis - RJ.



grupo de estudos permitiu a produção de algumas histórias, dentre eles a HQ Abelhas Geômetras, tema do meu Trabalho de Conclusão de Curso.

Introdução

A metodologia de ensino de resolução de problemas para aulas de matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a recomendação do uso de quadrinhos como instrumento didático em algumas disciplinas, foram me ensinados no período em que fui bolsista. Já as HQs eram familiares a mim desde a infância.

Embora não houvesse uma recomendação direta ao uso de quadrinhos como recurso didático na disciplina de matemática, as diretrizes do país, os PCN, também não os proibia. Em compensação, a metodologia de ensino de resolução de problemas é fortemente recomendada no ensino de matemática nos PCN, sendo sugerida por diversos autores ao longo das últimas décadas.

De acordo com Onuchic e Allevato (2004), a metodologia de ensino de resolução de problemas tem como propósito:

[...] fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideais matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 218)

No entanto, para se resolver um problema matemático, além do conhecimento da ciência, a interpretação da própria questão se faz necessária. Esse último ponto é apontado como o responsável do fracasso dos alunos na resolução de problemas em queixas comuns aos professores. Esse foi o ponto de partida da equipe para elaboração do projeto.

Quadrinhos unem linguagem verbal e não verbal, dividem textos em balões de falas e/ou recordatórios, dentro de requadros, e podem simular uma situação problema. Com todos esses recursos, o Projeto HQ apostou na linguagem das histórias em quadrinhos para potencializar a compreensão de problemas matemáticos, confiando que as dificuldades referentes à língua materna possam ser reduzidas.



Vergueiro (2014) lista muitas razões para se defender o uso de HQs no ensino. Dentre os motivos que levam as histórias em quadrinhos a terem um bom desempenho na escola, podem ser listados:

“Palavras e imagens, juntos, ensinam de forma mais eficiente”; “Existe um alto nível de informação nos quadrinhos”; “As possibilidades de comunicação são enriquecidas pela familiaridade com as histórias em quadrinhos”; “Os quadrinhos auxiliam no desenvolvimento do hábito de leitura”; “Os quadrinhos enriquecem o vocabulário dos estudantes”; “O caráter elíptico da linguagem quadrinhística obriga o leitor a pensar e imaginar”; “Os quadrinhos têm um caráter globalizador”; “Os quadrinhos podem ser utilizados em qualquer nível escolar e com qualquer tema” (VERGUEIRO, 2014, p. 22-25)

Já no âmbito do uso de quadrinhos na resolução de problemas, Rezende defende que:

Os estudantes, ao se depararem com quadrinhos em alguns exercícios, serão convidados a ler a história. A leitura das imagens e a escrita dos balões, além de possibilitar uma interpretação e compreensão da situação problema proposta, leva à percepção de como as diversas informações captadas, ditas ou não, se relacionam com a questão proposta a eles. (REZENDE, 2016, p. 3 – 4)

O recurso da linguagem das histórias em quadrinhos pode auxiliar numa melhor compreensão de um problema matemático? Era, até então, uma questão que não tínhamos a resposta.

Em maio de 2019, a HQ “Abelhas Geômetras” foi aplicada numa turma de 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Manuel de Abreu, com supervisão do professor de matemática Wagner Esteves e a participação de 19 estudantes. Após a aplicação do produto, um questionário foi passado aos alunos e ao professor de turma. Por meio dessa experiência, pudemos ter um vislumbre do potencial real da utilização de HQs no ensino da matemática.

A HQ “Abelhas Geômetras” foi inspirada no problema da justaposição de polígonos regulares na composição de uma superfície plana. Sabe-se que para recobrir uma superfície nessas condições, pode-se usar triângulos equiláteros, quadrados ou hexágonos regulares. As abelhas utilizam o padrão de hexágonos, pois constroem os alvéolos de suas colmeias com prismas de base hexagonal. Por que as abelhas os constroem em prismas de base hexagonal e não triangular ou quadrada? Mesmo que guiadas pelo próprio instinto, é curiosa a questão. Na hipótese de haver três tipos de abelhas, a primeira construindo seus alvéolos em formato de prisma de base triangular, a segunda construindo-os em formato de prisma de base quadrada e a terceira



construindo-os em formato de prisma de base hexagonal, qual delas usaria menos cera na construção desses alvéolos?

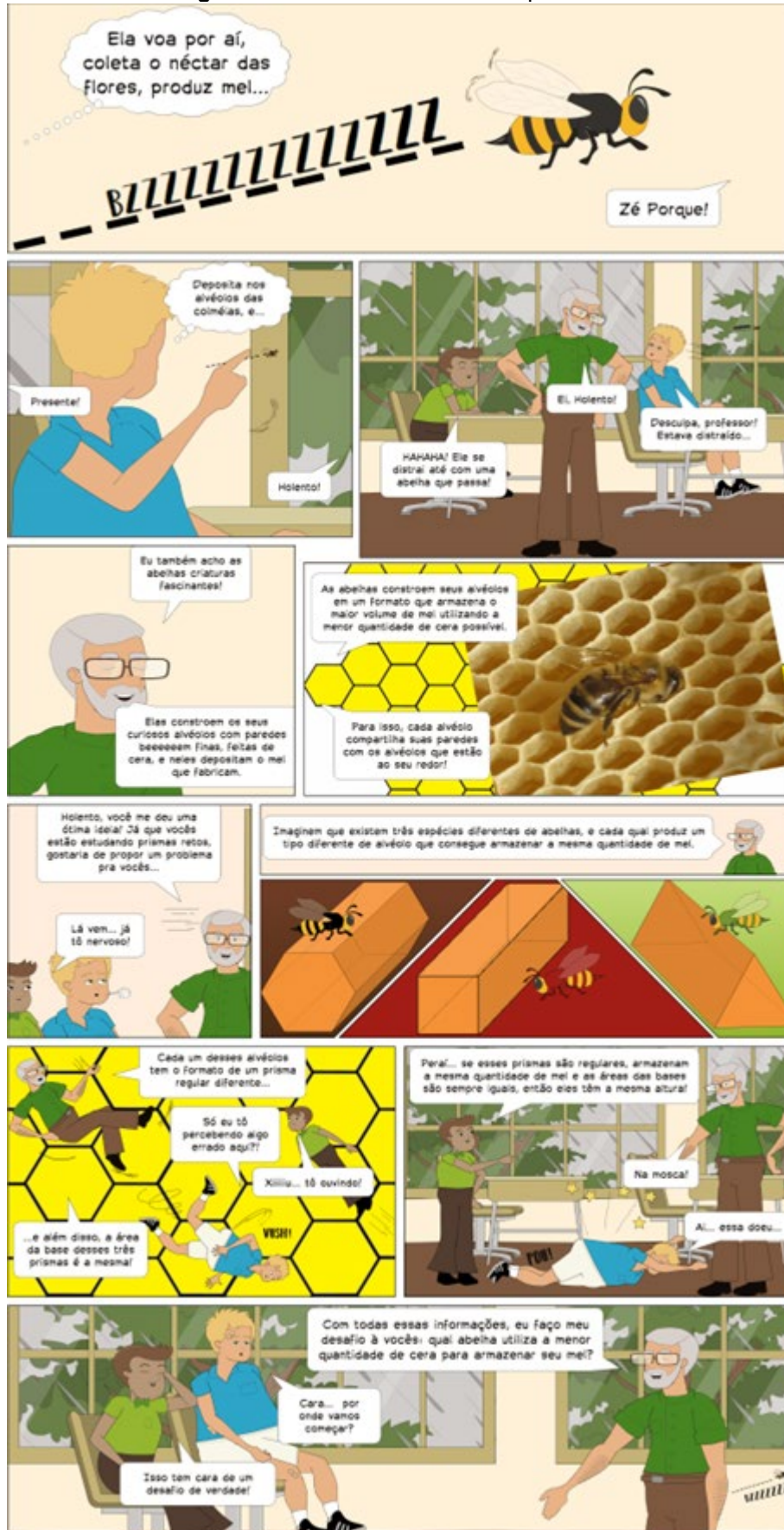
A proposta do “Projeto HQ” era, além da situação problema, uma possível solução também ser apresentada na HQ. Desta forma, para ilustrar tal situação problema e solução, foram escolhidos três dos personagens criados pelo Projeto HQ: Holento, Zé Porque e Tio Wand. O personagem Tio Wand foi inspirado no coordenador do subprojeto PIBID-UFF Matemática, enquanto Holento é um estereótipo do aluno que se distrai com facilidade e Zé Porque, um estereótipo do aluno questionador, esses dois últimos perfis comuns no universo escolar.

O próximo passo foi a elaboração de um *storyboard*, uma espécie de esboço, dividindo o problema proposto em diálogos e pensamentos dos personagens, recordatórios, cenários e quadros. Nessa etapa foi utilizado a ferramenta *Microsoft Paint*. Após revisões da equipe e aperfeiçoamento da história em quadrinhos, um bolsista do mesmo projeto, Danilo Magalhães Farias, seguiu com a criação da versão final da HQ, utilizando a ferramenta *PIXTON*, dando vida a história em ricos detalhes visuais.

Seguem abaixo o problema matemático exposto na história em quadrinhos “Abelhas Geômetras”, bem como uma de suas possíveis soluções (e continuação da história).



Figura 1 – Abelhas Geômetras: o problema



Fonte: elaborado pela autora.



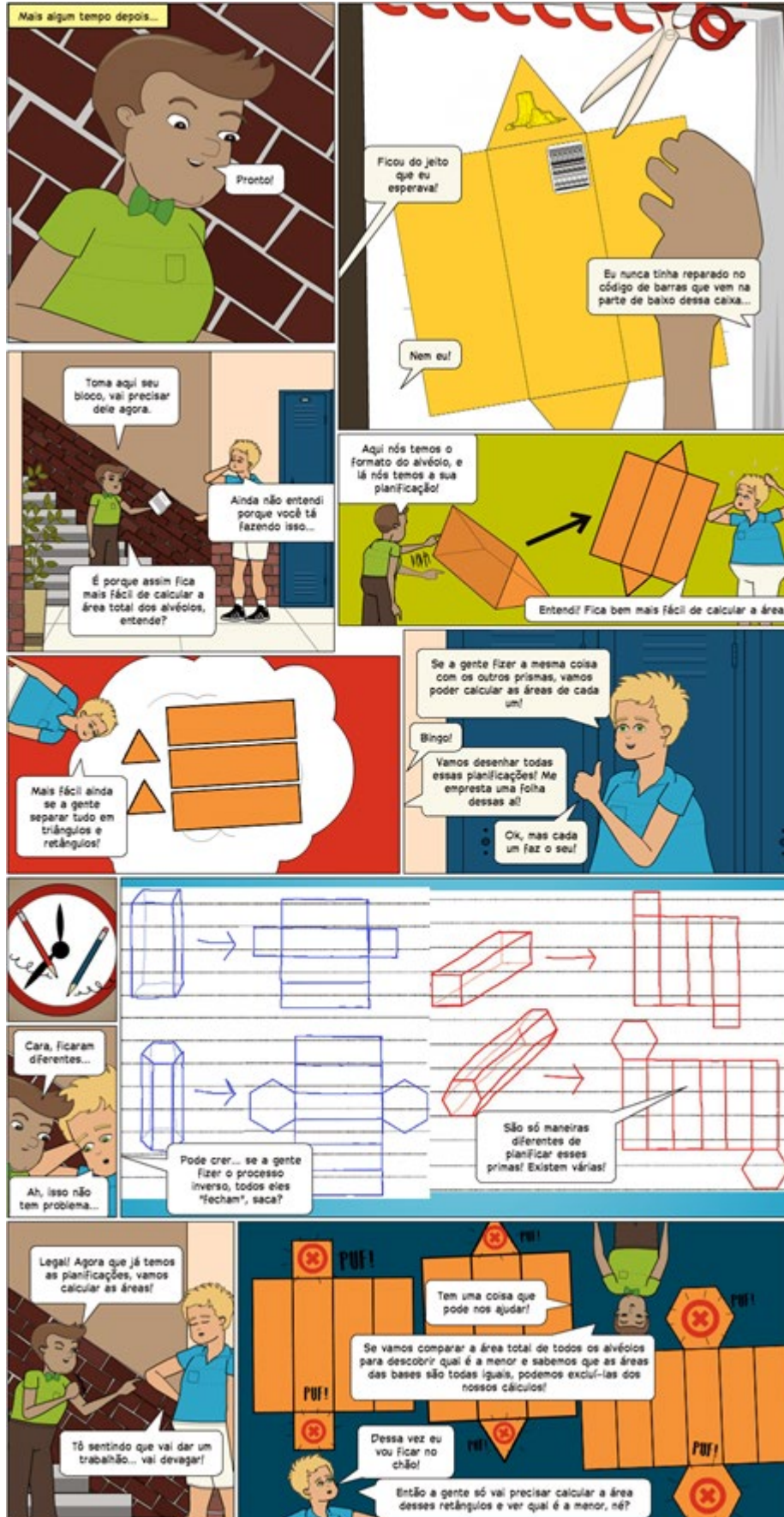
Figura 2 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 1)



Fonte: elaborado pela autora.



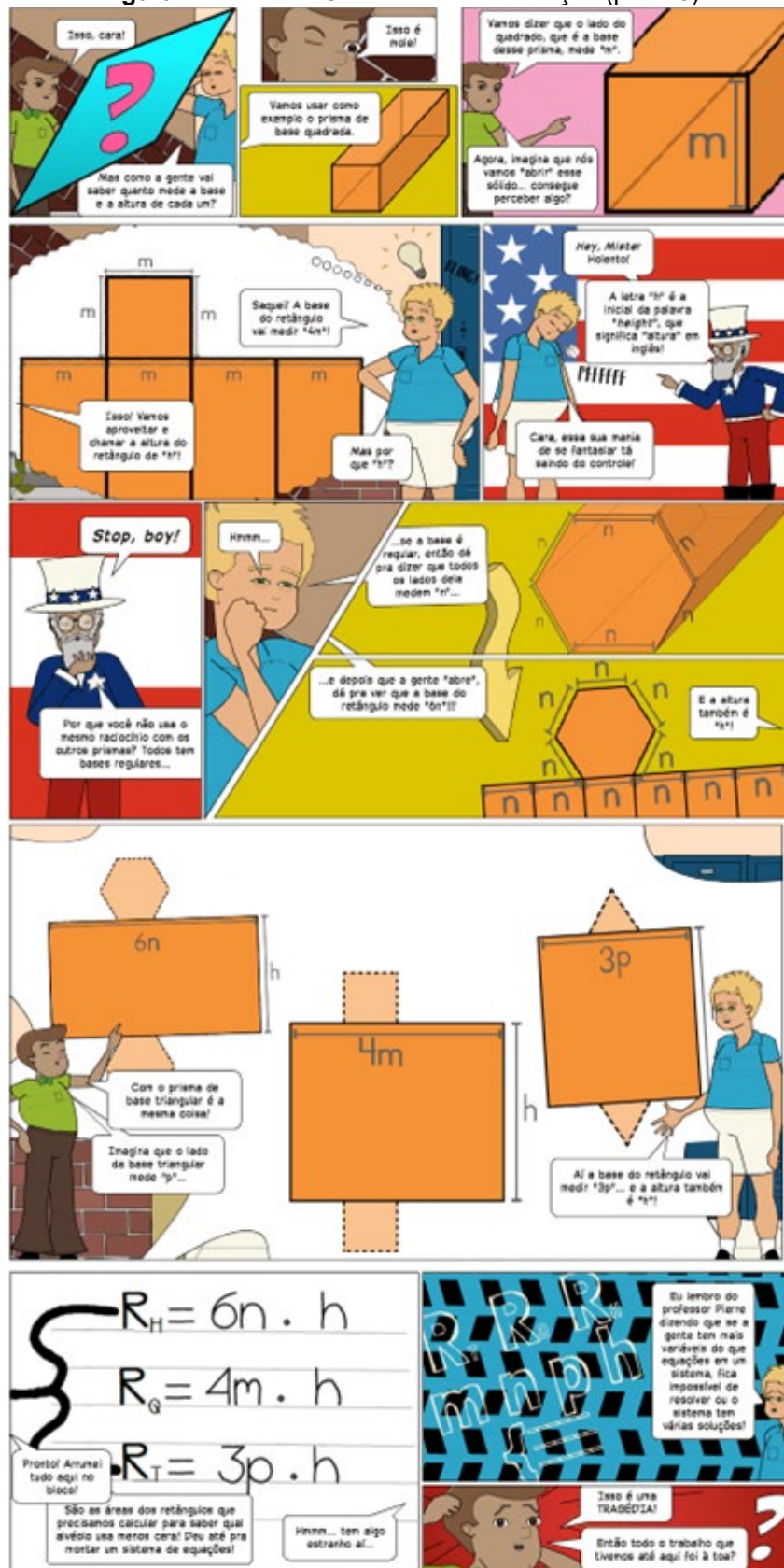
Figura 3 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 2)



Fonte: elaborado pela autora.

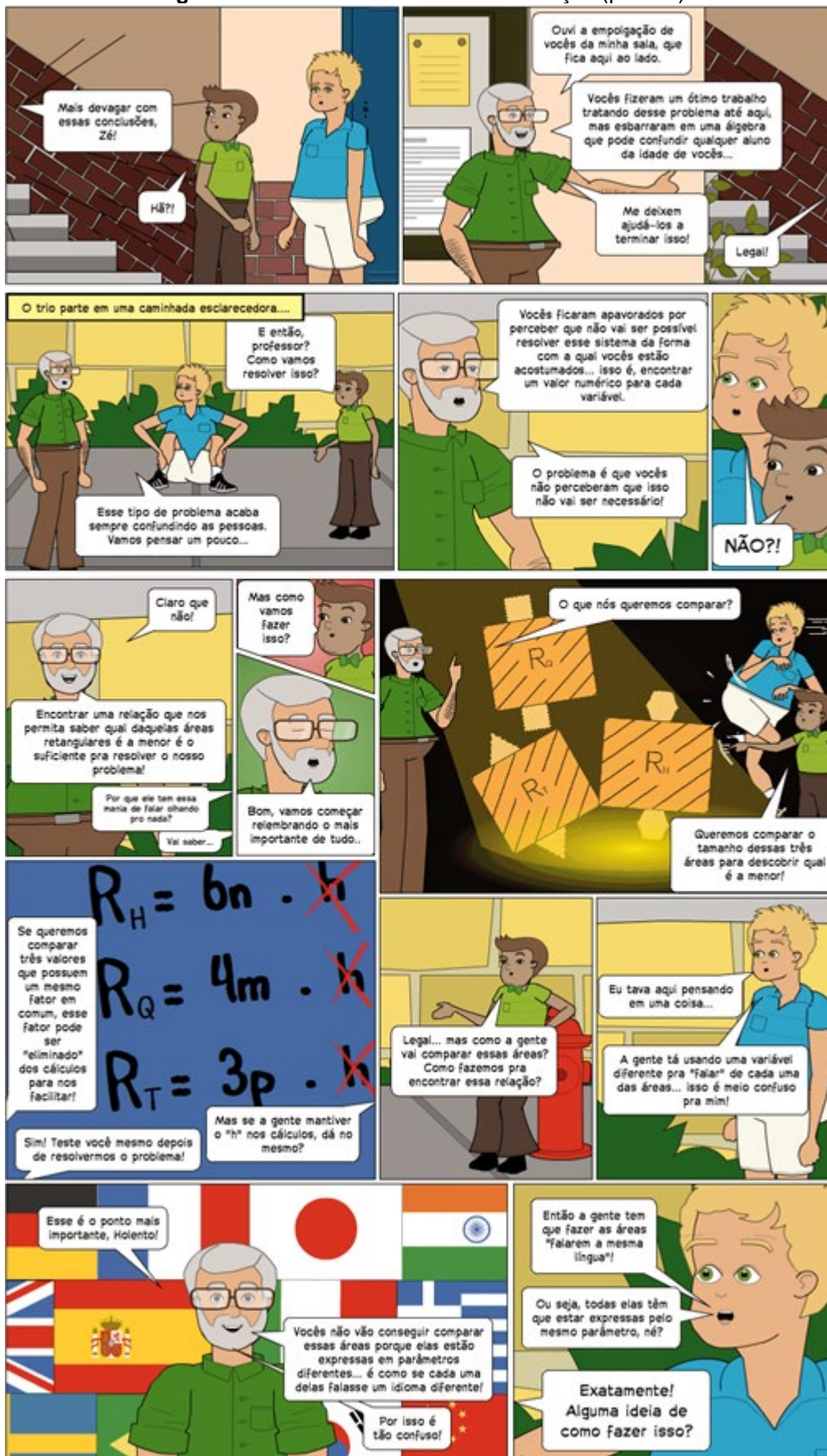


Figura 4 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 3)



Fonte: elaborado pela autora.

Figura 5 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 4)



Fonte: elaborado pela autora.



Figura 6 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 5)

Vocês lembram que os prismas tinham algumas coisas em comum, não lembram?

Não conseguem pensar em nenhuma forma de relacionar "m", "n" e "p" usando alguma dessas informações?

Simmm...

Essa é difícil, hein...

As áreas das bases são todas iguais!

Existem fórmulas pra se descobrir a área do quadrado, do triângulo equilátero e do hexágono equilátero... só precisamos saber a medida do lado de cada um deles!

Exatamente!

Se essas áreas são todas iguais, podemos utilizá-las para encontrar uma relação entre "p", "m" e "n".

Tudo bem, vou dar uma colher de chá pra vocês. Olha elas aí!

$A = m^2$ (quadrado)

$A = \frac{3n^2\sqrt{3}}{2}$ (triângulo equilátero)

$A = \frac{p^2\sqrt{3}}{4}$ (hexágono equilátero)

Não conhecemos essas medidas... são "m", "n" e "p"!

A gente só não lembra dessas fórmulas...

Agora precisamos reescrever todas essas relações em função de "A".

O objetivo aqui é "isolar p". Pra isso, faremos um "truque"...

Podemos dizer que "p ao quadrado" multiplica a fração "raiz de 3, sobre 4". Multiplicando essa fração pela sua inversa, obtemos "um" como resultado, justamente o elemento neutro da multiplicação. Com isso, "p ao quadrado" fica sozinho na segunda linha!

Isso pode confundir vocês um pouco, então vou dar um exemplo usando a fórmula de área do triângulo equilátero.

Para finalizar, calculamos a raiz quadrada em ambos os lados da equação. Sabemos que "p" é positivo, portanto chegamos a uma única solução!

$\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) \cdot A = \frac{p^2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

$\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot A = p^2 = 1$

Mas você também tem que multiplicar o "outro lado da equação" por "quatro sobre raiz de 3" pra manter a igualdade, né?

É isso mesmo, hehehe!

$\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{A} = p$

$A = \frac{p^2\sqrt{3}}{4}$
Então, $p = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{A}$

$A = m^2$
Então, $m = \sqrt{A}$

$A = \frac{3n^2\sqrt{3}}{2}$
Então, $n = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}} \cdot A}$

Os processos para "isolar" "m" e "n" são bem parecidos.

Prá facilitar a vida de vocês, aí estão "m", "n" e "p" reescritas em função de "A".

Segur... agora todos eles estão fazendo "a mesma coisa"!

Fonte: elaborado pela autora.



Figura 7 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 6)

Panel 1 (Left):

$$R_H = 6n$$

$$R_Q = 4m$$

$$R_T = 3p$$

Agora a gente pode finalmente comparar e saber qual é a menor área...

Panel 1 (Right):

$$R_H = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{A}$$

$$R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$$

$$R_T = 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{A}$$

...é só substituir esses novos resultados nas equações de área! Agora a gente tem o "raiz de A" em todas as equações!

Assim fica mais fácil de comparar. O problema são esses números esquisitos aí...

Panel 2 (Left):

Quarto à isso. Fiquem des preocupados!

Podemos trabalhar com aproximações! Essa calculadora aqui vai nos ajudar...

Panel 2 (Right):

Ela nós dá uma aproximação de "raiz de 3" precisa o bastante para resolver o nosso problema.

$$\sqrt[3]{3} = 1.73025$$

Panel 3 (Left):

A "raiz quarta de 3" também aparece nas equações. Aproveitem pra calcular logo!

A aproximação que a calculadora deu foi de "1,31539"!

Panel 3 (Right):

Vamos substituir essas aproximações nas nossas equações!

Professor, essas divisões ficaram meio estranhas...

Não se preocupe. Já fizemos todo o trabalho pesado, podemos usar a calculadora sem culpa!

$$R_H = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 1.73025}} \cdot \sqrt{A}$$

$$R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$$

$$R_T = 3 \cdot \frac{2}{1.31539} \cdot \sqrt{A}$$

Panel 4:

$$R_H = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 1.73025}} \cdot \sqrt{A} = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{5.19075}} \cdot \sqrt{A}$$

$$R_H = 6 \cdot \sqrt{0.38530} \cdot \sqrt{A} = 6 \cdot 0.62073 \cdot \sqrt{A}$$

$$R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$$

$$R_T = 3 \cdot \frac{2}{1.31539} \cdot \sqrt{A} = 3 \cdot 1.52046 \cdot \sqrt{A}$$

Estamos quase lá... não estamos?

Sim!

Reparem em como as áreas estão expressas em termos semelhantes... só mais alguns cálculos e...

Panel 5 (Left):

$$R_H = 3.72438 \cdot \sqrt{A}$$

$$R_Q = 4 \cdot \sqrt{A}$$

$$R_T = 4.56138 \cdot \sqrt{A}$$

E só comparar!

Panel 5 (Right):

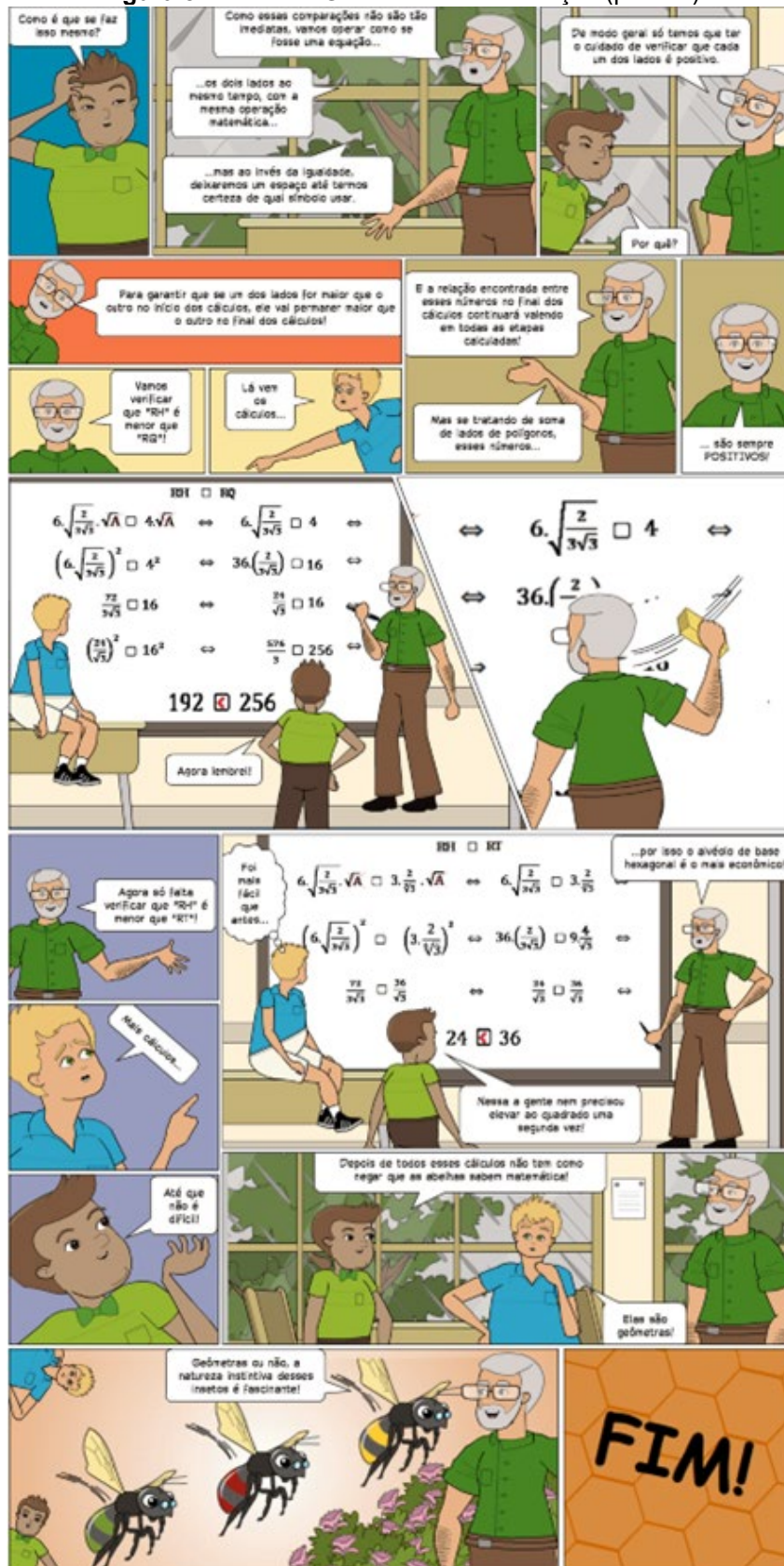
O mais econômico é o de base hexagonal!

É só para comprovar algebricamente esse resultado!

Fonte: elaborado pela autora.



Figura 8 – Abelhas Geômetras: uma solução (parte 7)



Fonte: elaborado pela autora.

A leitura do problema, bem como da sua solução também quadrinizada, foi realizada em grupos. A solução veio apenas depois da tentativa da resolução dos estudantes, como a continuação da história. Após isso, um questionário foi entregue ao professor da turma e aos alunos. O questionário dado aos estudantes era dividido em duas partes: uma, com dez questões discursivas, outra, com três questões de múltipla escolha. O questionário entregue ao professor era inteiramente formado por questões discursivas.

A primeira parte do questionário dos alunos tratava da relação pessoal com a matemática, sobre dificuldades de interpretação de problemas matemáticos, sobre as primeiras impressões ao ver um problema em formato de quadrinho, sobre o hábito de ler HQs e sobre a avaliação do material. Obtivemos algumas respostas interessantes que ajudam a interpretar os resultados obtidos na segunda parte do questionário. A identidade dos alunos foi preservada ao usar nomes fictícios. Sobre o uso de HQs na metodologia de ensino de resolução de problemas, adquirimos algumas das respostas abaixo:

- *“Acho bastante criativo e super interessante. Me cativo a fazer”*. (Rute)
- *“Acho diferente e criativo, principalmente em matemática, pois não é muito comum”*. (Daniel)
- *“... acho que é uma maneira mais interessante e divertida de resolver o problema”*. (Ana)
- *“Dá pra ter uma visualização melhor do problema”*. (Marcos)

Na segunda parte do questionário, a escala Likert foi utilizada para avaliar as respostas de três questões e regulada do seguinte modo: discordo totalmente (1), discordo (2), não concordo e nem discordo (3), concordo parcialmente (4) e concordo totalmente (5). Tais questões eram:

- 1) *O uso de HQ torna mais interessante o aprendizado de matemática?*
- 2) *O formato de HQ auxiliou minha compreensão do contexto do problema Abelhas Geômetras?*
- 3) *O formato de HQ auxiliou minha compreensão da solução do problema Abelhas Geômetras?*



O Quadro 1 detalha o número total das possíveis respostas a para cada uma das questões suas respectivas médias considerando os pesos estabelecidos na escala.

Quadro 1 – Exemplo de figura

Parte 2	Discordo totalmente	Discordo	Não concordo e nem discordo	Concordo parcialmente	Concordo totalmente	Média
	1	2	3	4	5	
Questão 1	0	2	5	9	3	3,68
Questão 2	1	2	2	13	1	3,58
Questão 3	0	3	6	7	3	3,57

Fonte: elaborado pela autora.

Conclusões

Através dos resultados da Tabela 1, observa-se que afirmações com características positivas se encontram na zona de concordância (média > 3). Embora a turma participante da experiência já estivesse no último ano do Ensino Médio, pouco teve contato com o conteúdo abordado no problema. Pode-se perceber dificuldades na matemática necessária para a resolução do problema, mas através das respostas ao questionário, é perceptível que o uso de HQs auxilia na compreensão dos problemas. Os alunos entenderam o que a questão pedia, porém não conseguiram resolver por falta de conhecimento da matemática necessária. Posteriormente, pretende-se reaplicar o problema em outras turmas.

Referências

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática** – pesquisa em movimento. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

REZENDE, W. M. A produção de história em quadrinhos para o ensino de matemática: o relato de uma experiência na iniciação à docência. **Revista Temporis [ação]**, Rio de Janeiro, v.16, n.2, p.353-367, agosto de 2016.

VERGUEIRO, W. **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. 4 ed. São Paulo: Contexto, 2014.

