Caderno Dá Licença
PERIÓDICO DE DIVULGAÇÃO
Universidade Federal Fluminense

Frações em Quadrinhos

Equipe do projeto HQEM[1]
hqemuff@gmail.com

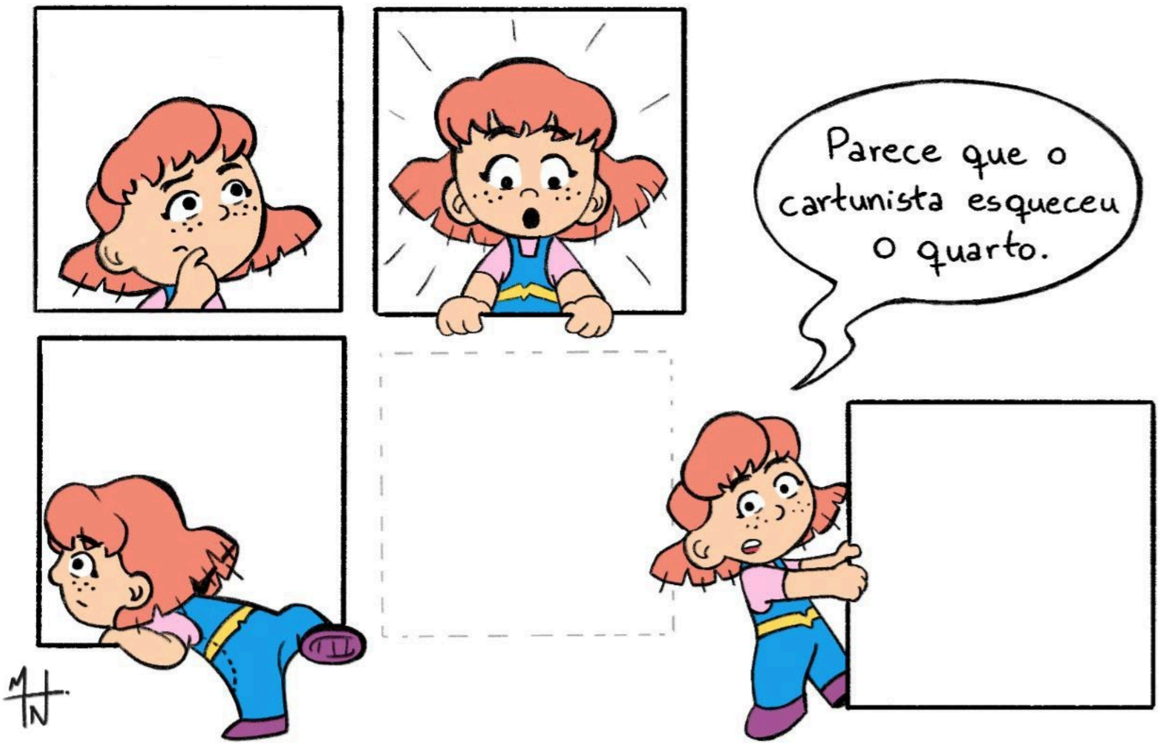
Resumo

O Caderno de atividades "Frações em Quadrinhos" é composto por quinze tirinhas elaboradas pela equipe do Projeto de Extensão HQEM – História em Quadrinhos no Ensino de Matemática da Universidade Federal Fluminense para o ensino de Frações. Acompanha cada tirinha, além das questões norteadoras da atividade para o aluno, um bilhete para o professor contendo objetivos de aprendizagem, orientações pedagógicas e metodológicas específicas sobre a atividade.

Palavras-chave: história em quadrinhos; frações; ensino fundamental; educação matemática.

[1] A equipe de autores está relacionada no texto de apresentação deste e-book.

1. O quarto



A. No segundo quadro, a personagem tomou um susto. Qual o motivo de ela ter se assustado? O que ela fez depois disso?

B. O que a palavra quarto significa para você? E na tira?

Bilhete para o professor da Atividade 1 - O Quarto

Conteúdo: Reconhecer a fração $\frac{1}{4}$ (um quarto*)*

Objetivos de aprendizagem:

- identificar a fração $\frac{1}{4}$ (um quarto)

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que o quadro que a personagem traz para a tira representa $\frac{1}{4}$ de toda a tira, que, completa, ficará com quatro quadros iguais.

Possíveis respostas:

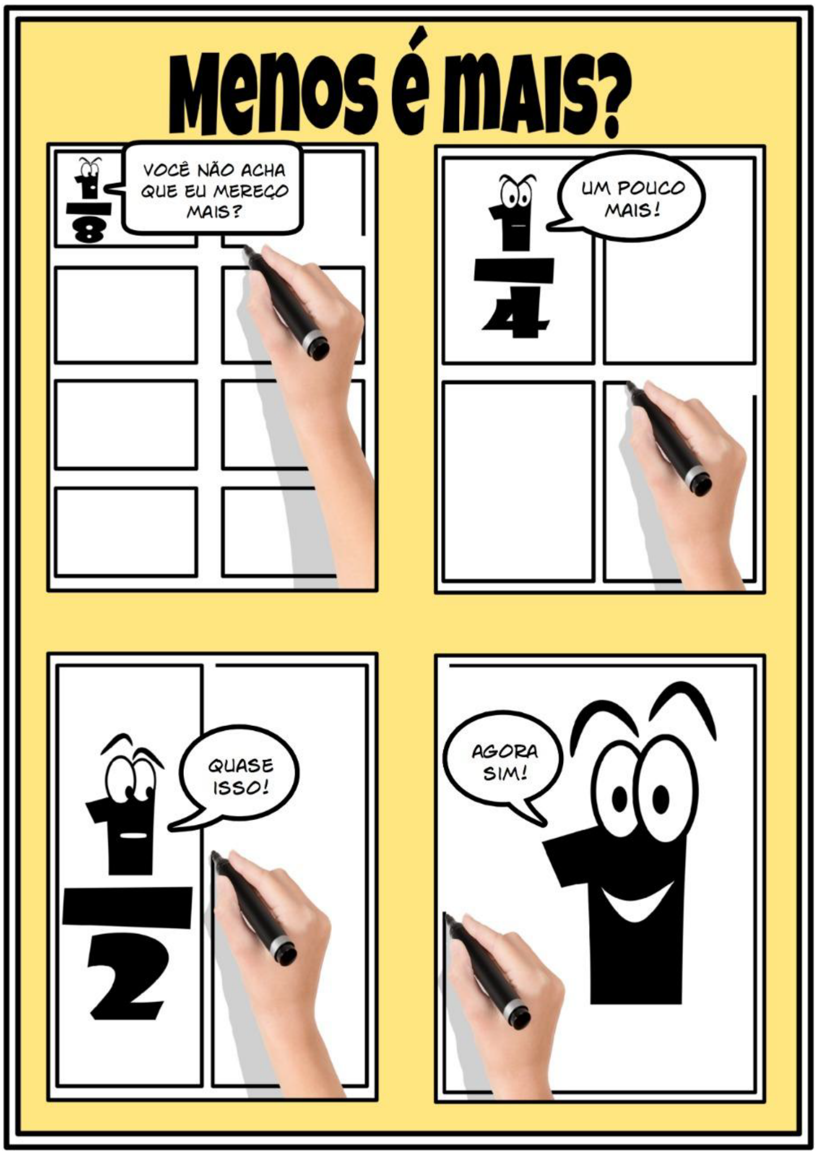
A. *A menina queria completar o quadrinho inteiro com quatro partes iguais, quatro quadros. Faltava um.*

B. *"Um quarto"* ou *"a fração um quarto".* Pode ocorrer de os estudantes responderem o número ordinal "quarto".

Possíveis discussões emergentes:

É necessário que os estudantes reconheçam a tira toda como a unidade, composta por quatro quadros iguais. Assim, o quadro que a menina sente falta e traz para compor a tira é $\frac{1}{4}$ da tira toda. Pode acontecer de os estudantes identificarem apenas o número ordinal "quarto". Nesse caso, caberá ao professor encaminhar as discussões de modo a convergir com os alunos e alunas para o reconhecimento da fração um quarto.

2. Menos é mais?



A. No início da história, o que o personagem quis dizer com “mereço mais”? O que ele “merece mais”?

B. Qual a relação entre o personagem e a quantidade de divisões da folha de papel?

C. Ao longo da tira, a quantidade de divisões na folha de papel diminuiu. E o personagem, aumentou ou diminuiu? Por quê?

D. Por que o personagem ficou satisfeito?

Bilhete para o professor da Atividade 2 - Menos é mais?

Conteúdo: Comparação de frações unitárias.

Objetivos de aprendizagem:

- identificar frações unitárias, mais especificamente, as frações $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$.
- reconhecer a ordem entre duas frações unitárias.
- reconhecer a unidade (1).

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira:

- reconheçam a relação entre as frações unitárias apresentadas (personagem) $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\ e\ \frac{1}{2}\right)$.e a quantidade de partes em que a unidade foi dividida (8, 4 e 2);
- estabeleçam a comparação entre as frações unitárias apresentadas: $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$. Cabe observar que o título da tira, "Menos é Mais", remete ao fato de que, para frações unitárias, quanto menor o denominador, maior o número.
- reconheçam a unidade. Nesse caso, a representação da unidade não está dividida em partes.

Possíveis respostas:

A. "*Que ele quer ser maior*". Cabe observar que maior se refere ao tamanho (área) da região correspondente. Assim, ele quer ser uma fração maior. Este item envolve a (primeira) interpretação da tira por parte dos alunos e das alunas. Assim, acolha as diferentes respostas e avalie a necessidade ou relevância de voltar a este item ao final da discussão.

B. "*Quanto maior a quantidade de divisões, menor a fração (ou o personagem)*" ou "*Quanto menor a quantidade de divisões, maior a fração (ou o personagem)*".

C. "*Aumentou (em ordem crescente), porque quanto menor o número de divisões maior será o tamanho de cada parte".* Assim, o personagem aumentou de tamanho ao longo da história, ou seja, a fração (número) aumentou.

D. "*Porque ele ficou inteiro, sem divisões.*" Cabe observar que nesse caso ele alcançou uma unidade, ou seja, o quadro todo.

Possíveis discussões emergentes:

A tira permite explorar outras reflexões, que podem levar, por exemplo, ao aprofundamento da "comparação". É possível perguntar aos estudantes: "qual o aumento do personagem do primeiro ($\frac{1}{8}$) para o segundo quadro ($\frac{1}{4}$)?".

Nesse caso, está sendo solicitado ao estudante que compare as frações $\mathbf{\frac{1}{8}}$ e $\mathbf{\frac{1}{4}}$ para além da ordem. Ele não deve responder "qual é o maior", mas "o quanto uma fração é maior do que a outra". A resposta pode ser por meio da subtração: "*o aumento foi de* $\mathbf{\frac{1}{4}}$ ". Ou por meio do quociente: "*dobrou de tamanho*". Pergunta análoga pode ser feita relacionando o segundo e o terceiro quadros.

Pode-se propor aos estudantes incluir dois quadros no início da tira que ilustrem as frações $\frac{1}{32}\ e\ \frac{1}{16}$. Aproveite para explorar a comparação entre o tamanho dos quadros e as frações: "o que acontece se diminuirmos o tamanho dos quadros que representam as frações?". Espera-se que os estudantes argumentem reconhecendo que, quanto menor a região representativa da fração, menor ela é.

3. Dieta?

A. A cliente sai da dieta se comer as 8 fatias como diz?

B. Qual a diferença entre cortar uma pizza em 4 ou 8 fatias?

C. Faz diferença comer uma fatia de uma pizza cortada em quatro ou duas fatias da mesma pizza cortada em oito? Por quê?

Bilhete para o professor da Atividade 3 - Dieta?

Conteúdo: Unidade, comparação e equivalência de frações

Objetivos de aprendizagem:

- reconhecer a unidade
- relacionar numerador e denominador
- reconhecer frações equivalentes

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira:

- reconheçam a pizza como unidade.
- identifiquem a variação do denominador com o número de fatias cortadas.
- comparem e reconheçam as frações $\frac{1}{4}$ (uma fatia de uma pizza cortada em quatro) e $\frac{2}{8}$ (duas fatias de uma pizza cortada em oito) como equivalentes.

Possíveis respostas:

Há diversas formas de os alunos interpretarem a tira estabelecendo relação entre fatias de $\frac{1}{4}$ da pizza e fatias de $\frac{1}{8}$ da pizza. Nesses casos há discordância. Por exemplo: "*Não concordo, ela pode comer a mesma quantidade de pizza se comer, por exemplo, uma fatia de $\frac{1}{4}$ de pizza ou duas fatias de $\frac{1}{8}$ de pizza.*" ou "*Não é só o tamanho da fatia que faz a diferença, depende da quantidade de fatias*." ou "*a quantidade de fatias sozinha não faz diferença, ela pode comer a pizza inteira com fatias de tamanhos diferentes: 4 de $\frac{1}{4}$ de pizza ou 8 de $\frac{1}{8}$ de pizza*". Cabe observar que algumas respostas apontam que o estudante pode não ter compreendido: "*Não concordo, se ela está de dieta, deveria comer pedaços menores (no caso $\frac{1}{8}$)*". Essa resposta é incompleta, não considera a quantidade de fatias.

A. Sim. *"Faz diferença porque as quantidades de fatias são diferentes. Quanto mais fatias em que a pizza é dividida, menor é o tamanho de cada uma*. No entanto, “*não faz diferença comer a pizza inteira cortada em quatro ou em oito fatias: a pizza será comida inteira! Também não faz diferença comer apenas uma fatia da pizza cortada em quatro fatias ou duas fatias da pizza partida em oito fatias*”. “*Se comer três fatias da pizza fatiada em oito partes, comerá mais do que se comer uma fatia de* $\frac{1}{4}$ *de pizza*”. Observe, no entanto, que o estudante pode revelar não ter compreendido (completamente) a relação entre as frações unitárias: Por exemplo, em “Não *faz diferença, isso não muda o tamanho da pizza”,* o estudante não revela ter compreendido que os tamanhos das fatias são diferentes e que, dependendo da quantidade de fatias comidas, a quantidade de pizza pode variar.

B. “*Não faz diferença, dos dois jeitos come-se a mesma quantidade de pizza”.* No entanto, o estudante pode revelar que não compreendeu a equivalência: *“Faz diferença, comer duas fatias não é a mesma coisa do que comer uma”*.

Possíveis discussões emergentes:

Esta tira pode ajudar a encaminhar discussões sobre comparação e equivalência de frações. Um ponto importante para a discussão é que não é apenas o número de fatias cortadas que determina quantidade de pizza a ser comida. Uma pessoa pode comer uma pizza inteira sem nem cortar uma fatia! No contexto das frações, é fundamental identificar a unidade e compreender a expressão da quantidade a partir da relação entre numerador e denominador. Frações com numeradores e denominadores diferentes podem indicar “a mesma quantidade de pizza”, isto é, essas frações são iguais e têm representações equivalentes.

A questão C é mais diretiva, no sentido de investigar a compreensão dos estudantes a respeito da equivalência entre as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$. O professor pode pedir para que as alunas e os alunos desenhem as duas situações para auxiliá-los em sua compreensão. Outra alternativa é o trabalho com um material manipulável que simule uma pizza inteira, cujas divisões podem ser feitas por meio de dobraduras.

4. Qual é a graça?

A. Por que o “**8**” está rindo do “**2**” no primeiro quadro?

B. E por que a situação se inverte no segundo quadro?

C. Se no segundo quadro os personagens fossem as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{7}$, qual deles estaria rindo?

D. Faça uma tira como essa, com os dois quadros**,** em que apareçam os números 5 e $\frac{1}{10}$.

Bilhete para o professor da Atividade 4 - Qual é a graça?

Conteúdo: Comparação de frações unitárias

Objetivos de aprendizagem:

- identificar frações unitárias, mais especificamente, as frações $\frac{1}{8}$ *e* $\frac{1}{2}$;
- comparar frações unitárias.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira:

- reconheçam a função do denominador em uma fração;
- reconheçam que quanto maior o denominador (8 > 2), menor será a fração unitária ($\frac{1}{8} < \frac{1}{2}$).

Possíveis respostas:

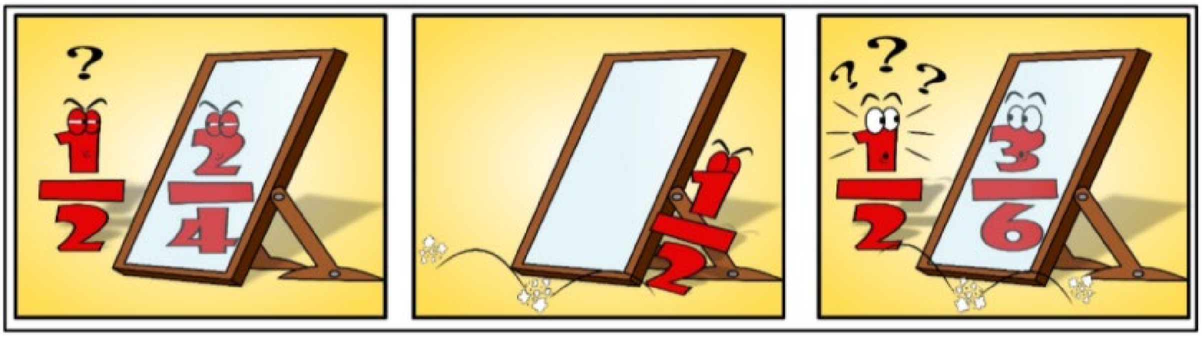
A. "*Porque ele é maior". "Porque 8 é maior que 2"*.

B. *"Porque $\frac{1}{2}$ é maior que $\frac{1}{8}$." Contudo os alunos podem responder simplesmente: "Porque ele ficou menor".* Neste caso, é necessário que o professor faça sua intervenção, perguntando: *"quem de fato ficou menor?"* Quem está rindo é a fração $\frac{1}{2}$! Ela, sim, é maior, e não o número 2.

C. *"$\frac{1}{3}$." "O primeiro personagem".* Este item envolve a (primeira) interpretação da tira por parte dos alunos e das alunas. Assim, acolha as diferentes respostas e avalie a necessidade ou relevância de voltar a este item ao final da discussão.

D. Espera-se que os alunos façam dois quadros, onde os números 5 e $\frac{1}{10}$ são os personagens do primeiro quadro e os números $\frac{1}{5}$ e 10 sejam os personagens do segundo quadro.

5. Espelho mágico



A. Por que, ao se olhar no espelho, a fração $\frac{1}{2}$ fica intrigada com o que vê?

B. Você acha que ela tem motivo para ficar intrigada? Por quê?

C. Que outras frações poderiam aparecer no espelho?

D. Qual a relação entre a fração $\frac{1}{2}$ e suas imagens no espelho?

Bilhete para o professor da Atividade 5 - Espelho mágico

Conteúdo: Igualdade de frações (equivalência de frações)

Objetivo de aprendizagem:

- Reconhecer a igualdade de frações, mais especificamente, a igualdade entre as frações $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira, reconheçam que a reflexão da imagem no espelho evidencia a igualdade entre as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ e entre as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$.

Possíveis respostas:

A. *"Porque a fração que aparece no espelho não tem o mesmo numerador e o mesmo denominador que* $\frac{1}{2}$ *'parece' diferente* (ou *elas têm aparências diferentes*)".

B. *"Não, porque as frações* $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ *são iguais"*. (Aqui avalie pedir aos estudantes que justifiquem a sua resposta com um desenho). Não é raro que os estudantes respondam dizendo que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ não são iguais porque " $\frac{2}{4}$ é o dobro de $\frac{1}{2}$ ". Recomendamos usar representação em desenho para justificar a igualdade.

C. $\frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{10}{20}, \frac{15}{30}, \frac{9}{18}$, *por exemplo.* Estimule seus alunos e alunas a fazerem uma longa lista. Discuta com eles se essa lista termina ou não. Espera-se que concluam que não termina.

D. *São frações (ou números) iguais*.

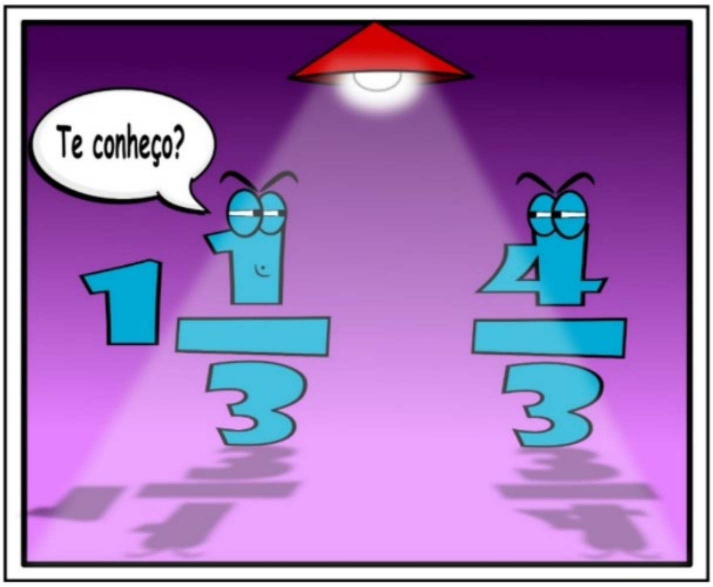
Possíveis discussões emergentes:

Que tal pedir a seus alunos e alunas que criem tiras análogas, mas com outras frações iniciais? Por exemplo, com as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{5}$, que não são unitárias.

A partir da tira, pode-se observar também se os estudantes reconhecem que $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$, uma vez que ambas são iguais a $\frac{1}{2}$. O mesmo vale, por exemplo, para $\frac{10}{20}$ e $\frac{15}{30}$ e para $\frac{9}{18}$ e $\frac{50}{100}$ etc., ou seja, para quaisquer pares de frações equivalentes a $\frac{1}{2}$ (ou, considerando a tira, quaisquer duas imagens que apareçam no espelho).

6. Gêmeos?

Observe a situação apresentada no cartum e responda as questões a seguir.



A. Por que os personagens estão desconfiados de que um conhece o outro?

B. Você acha que "$1\frac{1}{3}$" realmente conhece o "$\frac{4}{3}$"? Justifique sua resposta.

C. Qual é a relação que existe entre "$1\frac{1}{3}$" e "$\frac{4}{3}$"?

Bilhete para o professor da Atividade 6 - Gêmeos?

Conteúdo: Igualdade de Frações, número misto (frações mistas), fração imprópria

Objetivo de aprendizagem:

- Reconhecer diferentes representações para números racionais, mais especificamente relacionar as representações como número misto e como fração imprópria.
- Reconhecer a igualdade entre $1\frac{1}{3}$ e $\frac{4}{3}$?.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira, reconheçam que $1\frac{1}{3}$ e $\frac{4}{3}$? são representações diferentes para um mesmo número.

Possíveis respostas:

A. *Porque apesar de terem aparências diferentes, parecerem diferentes, são o mesmo número, ou porque são o mesmo número escrito de duas formas diferentes*

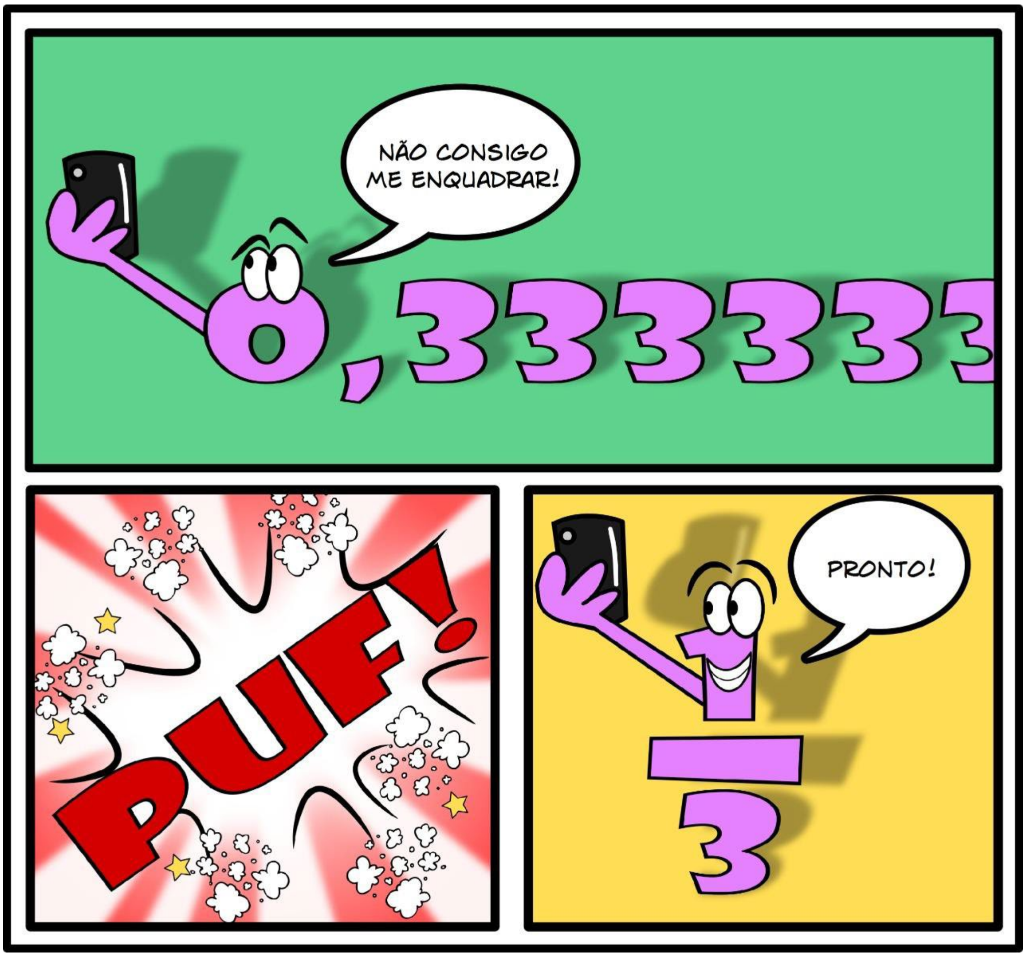
B. *Sim. São o mesmo número.*

C. *São frações (ou números) iguais*.

Possíveis discussões emergentes:

Que tal pedir a seus alunos e alunas que criem tiras análogas, mas com outras frações? Por exemplo, com as frações $1\frac{1}{4}$ e $\frac{5}{4}$ ou com $2\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{2}$. Eles podem também sugerir pares de frações para a composição das suas tiras.

7. Tirando uma *selfie*



A. Tente explicar a história para um colega.

B. O que aconteceu com o personagem do primeiro quadro?

C. Qual foi a estratégia utilizada para conseguir se enquadrar na *selfie*?

D. Agora é sua vez! Usando a estrutura da tira, com três quadros, construa uma história em que apareça outro número.

Bilhete para o professor da Atividade 7 - Tirando uma selfie

Conteúdo: Representação: frações e dízimas periódicas

Objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer diferentes representações de números racionais. Mais especificamente, relacionar as representações fracionária e dízima periódica.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que a representação da fração $\frac{1}{3}$ em expansão decimal é uma dízima periódica cujo período é 3, ou seja, 0,3.
- compreendam que, em uma dízima periódica, o período se repete infinitas vezes.

Possíveis respostas:

A. Resposta pessoal. No entanto, o aluno deve expressar de alguma forma que os personagens são duas representações diferentes para um mesmo número. O "puff" é um processo de transformação de uma representação na outra.

B. *Como é uma dízima de período 3, o 3 é repetido infinitas vezes. Não cabe no quadro!*

C. *Para se enquadrar, ou seja, caber no quadro, o personagem dízima se "transformou" em uma fração.*

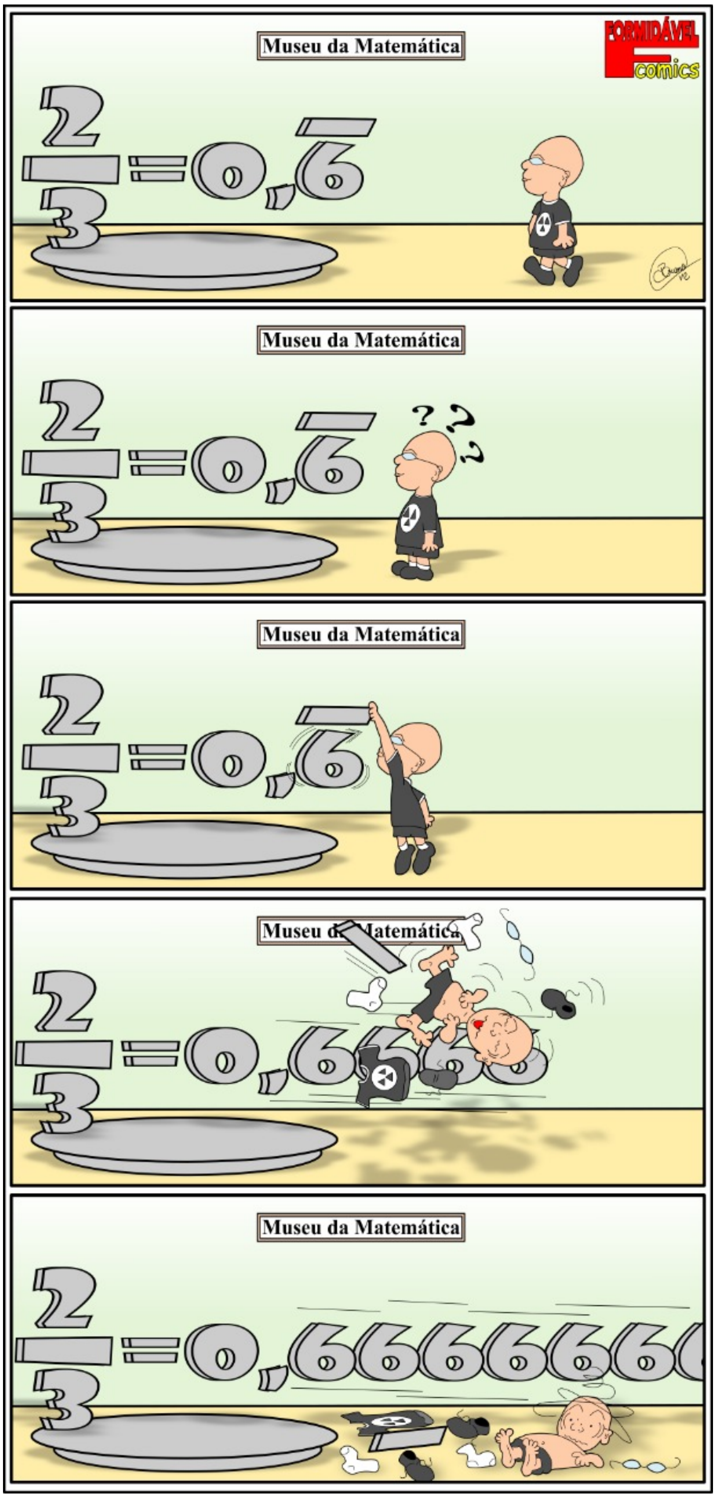
D. Resposta pessoal.

Possíveis discussões emergentes:

É necessário que os alunos e as alunas reconheçam que $\frac{1}{3} = 0{,}3$.

No entanto, observa-se que, apesar de muito utilizada, na representação "0,333…" não há como garantir que os "três pontinhos" significam que haverá infinitos dígitos decimais nem que todos serão iguais a três. Na tira, é o último quadro ($\frac{1}{3}$) que confirma que o “0,333…” é de fato uma dízima periódica de período 3. Aproveite o último quadro para ressaltar a limitação da representação de uma dízima.

8. Atropelamento



Converse com seu colega sobre a situação apresentada no quadrinho para responder as perguntas.

A. O que personagem pode estar pensando no segundo quadro?

B. Por que o personagem foi atropelado no quarto quadro?

C. Ao retirar a barrinha, quantos algarismos “6” deveriam aparecer no último quadro?

Bilhete para o professor da Atividade 8 - Atropelamento

Conteúdo: Representação (frações e dízimas periódicas)

Objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer diferentes representações de números racionais. Mais especificamente relacionar as representações fracionária e dízima periódica.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que a representação da fração $\frac{2}{3}$ em expansão decimal é uma dízima periódica cujo período é 6.
- compreendam que, em uma dízima periódica, o período se repete infinitas vezes.

Possíveis respostas:

A. *"Ele não sabe o que significa o tracinho em cima do 6"* ou *"Ele está estranhando o tracinho em cima do 6".*

B. *Por que ele retirou o tracinho de cima do 6 e, portanto, o 6 passou a ser repetido infinitas vezes.*

C. *Infinitos. Não estão porque, na prática, não cabem. É impossível escrever infinitos 6. Não se espera que o aluno ou a aluna conclua que deveriam aparecer, por exemplo, 7 algarismos 6. Nesse caso, argumente que* $\frac{2}{3}$ *não é igual a 0,6666666.*

Possíveis discussões emergentes:

É necessário que os estudantes reconheçam que $\frac{2}{3} = 0,6$. No entanto, não se espera que os estudantes, nesta etapa da aprendizagem, questionem ou compreendam a limitação da representação "0,666…". Não há uma forma de garantir que os "três pontinhos" significam que haverá infinitos dígitos decimais nem que todos serão iguais a seis. Espera-se sim que o aluno ou a aluna identifique a dízima em questão e o seu período, ou seja, espera-se que reconheça que a representação de $\frac{2}{3}$ em expansão decimal é uma dízima de período 6. Portanto, a representação 0,6 registra que há infinitos dígitos decimais iguais a 6.

Cabe destacar que 0,6 não é igual, por exemplo, a 0,6 ($\frac{2}{5}$), a 0,66 ($\frac{33}{50}$), a 0,666 ($\frac{333}{500}$) nem a 0,6666 ($\frac{3333}{5000}$). No entanto, muitas vezes, a dízima 0,6 é representada por “0,666…”. Aproveite o último quadro para ressaltar a limitação da representação de uma dízima.

9. Fazendo arte

A. Explique a história para um colega.

B. Por que a tinta verde transborda?

C. O copo que a menina está segurando vai ficar cheio?

D. Misturando as tintas amarela e azul, quanta tinta verde se obtém?

E. Que quantidade de tinta verde a menina vai recolher no copo que ela está segurando?

Bilhete para o professor da Atividade 9 - Fazendo arte

Conteúdo: Adição de frações

Objetivos de aprendizagem:

- aplicar a adição de frações. Mais especificamente, a soma $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$;
- reconhecer que a soma de frações pode ser maior do que uma unidade
- reconhecer que a diferença entre a fração imprópria e a sua parte inteira. Mais especificamente, a diferença entre $\frac{4}{3}$ e 1.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que a soma de $\frac{2}{3}$ com $\frac{2}{3}$ é maior do que 1, ou seja, maior que $\frac{3}{3}$.
- reconheçam que a soma $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ é igual a $\frac{4}{3}$;
- reconheçam que a diferença entre $\frac{4}{3}$ e 1 é igual a $\frac{1}{3}$.

Possíveis respostas:

A. Resposta pessoal. Espera-se que o aluno ou a aluna expresse de alguma forma que reunir as quantidades de tintas amarela e azul resultará em mais de um copo de tinta (verde). É importante que associem a reunião à operação de adição.

B. A tinta verde, resultante da mistura das tintas amarela e azul, transborda porque juntas, essas tintas somam mais do que um copo.

C. Espera-se que a resposta do estudante expresse que a quantidade excedente de tinta verde não chega a encher um novo copo.

D. Aqui já é possível e esperado que os estudantes utilizem as frações correspondentes às quantidades envolvidas, ou seja, que usem números para se expressar. Portanto, conduza a discussão para que os estudantes compreendam que há $\frac{2}{3}$ do copo com tinta amarela e $\frac{2}{3}$ do copo com tinta azul.

É possível que um estudante responda $\frac{4}{6}$. Nesse caso, ele está reunindo as quantidades de tintas amarela e verde. No entanto, não está quantificando corretamente essas quantidades. É preciso que identifique "um copo" como unidade. Assim, a quantidade de cada uma dessas tintas é $\frac{2}{3}$ do copo. Portanto, juntas serão $\frac{4}{3}$ do copo.

E. $\frac{1}{3}$ do copo. A explicação desse resultado deve revelar o entendimento de que um copo inteiro compreende $\frac{3}{3}$ e que, portanto, $\frac{4}{3}$ de um copo são o mesmo que copo cheio, $\frac{3}{3}$ do copo, mais $\frac{1}{3}$ desse copo.

Possíveis discussões emergentes:

Se achar viável, peça a seus alunos e alunas que façam novas misturas. Por exemplo: se fossem misturados $\frac{3}{5}$ do copo de tinta amarela com $\frac{4}{5}$ do copo com tinta azul, quanta tinta verde seria obtida. Essa tinta seria mais escura ou mais clara que a anterior? Quanta tinta amarela deveria ser adicionada a essa mistura para encher dois copos de tinta verde?

OBSERVAÇÃO IMPORTANTE: as cores são essenciais nessa tira!

10. Tem bolo para o lanche

A. Dora ficou satisfeita com o pedaço de bolo que recebeu? Explique.

B. A mãe da Dora compreendeu o pedido da Dora?

C. Que fração do bolo é uma fatia?

D. Que fração do bolo a mãe deu à Dora?

E. Que fração do bolo Dora queria?

Bilhete para o professor da Atividade 10 - Tem bolo para o lanche

Conteúdo: Conceito de metade

Objetivos de aprendizagem:

- aplicar o conceito de metade;
- reconhecer que o conceito de metade está atrelado à unidade considerada.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que determinar a metade de uma dada quantidade (unidade) significa dividir essa quantidade (unidade) em duas partes iguais e considerar uma delas.

Possíveis respostas:

A. Resposta pessoal. Espera-se que o aluno ou a aluna demonstre o entendimento de que a metade do bolo não é igual à metade de uma fatia do bolo. Dora esperava receber mais bolo.

B. Não. A mãe deu à Dora metade “de uma fatia” e Dora esperava metade “do bolo”.

C. A imagem sugere que o bolo foi dividido em 10 partes iguais. Espera-se que o estudante identifique uma dessas fatias (ou partes) como $\frac{1}{10}$ do bolo.

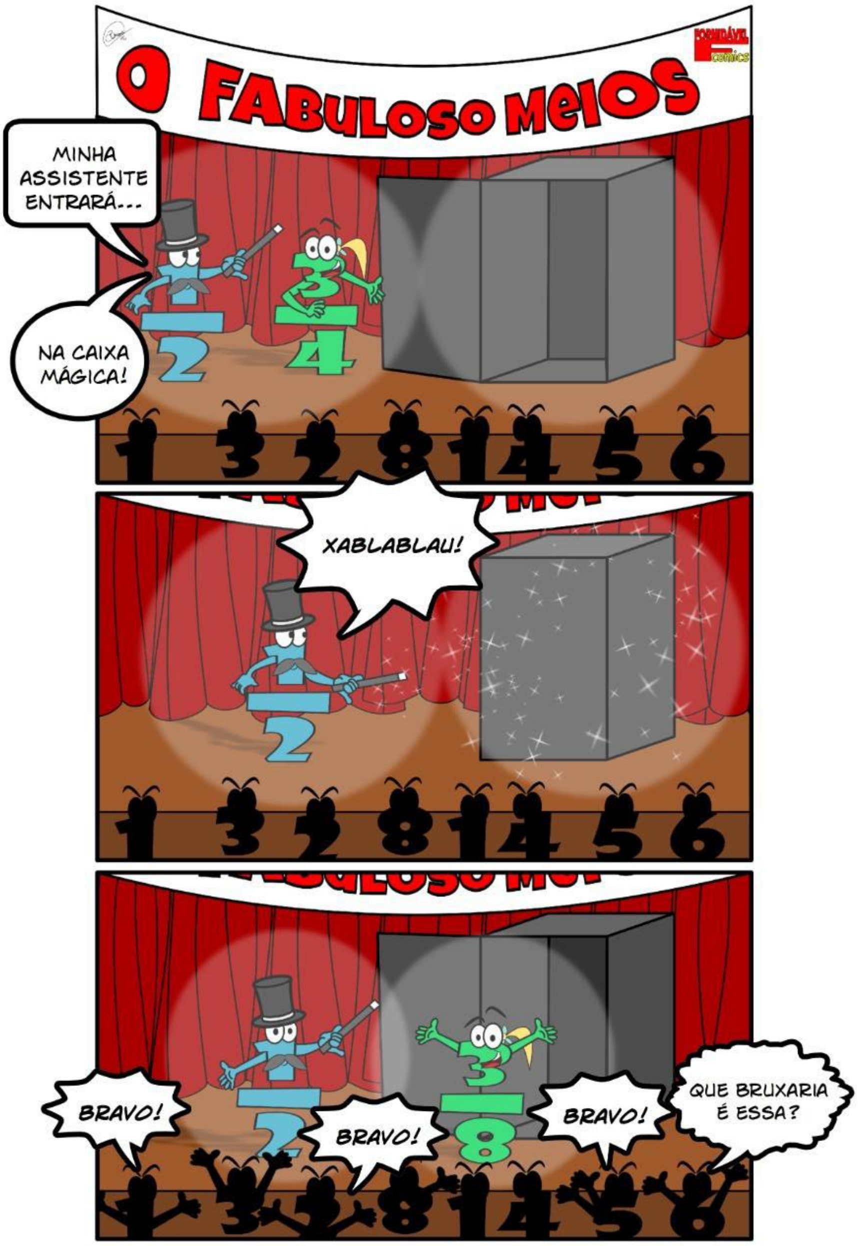
D. A mãe de Dora deu a ela metade de uma fatia do bolo, ou seja, metade de $\frac{1}{10}$ do bolo Mas metade de $\frac{1}{10}$ é $\frac{1}{20}$. Se necessário, use desenho para justificar essa igualdade. Se cada fatia for dividida em duas partes, o bolo estará dividido em 20 fatias.

E. Metade do bolo todo: $\frac{1}{2}$ do bolo (e não de uma fatia)

Possíveis discussões emergentes:

Considere explorar com seus estudantes que a metade do bolo é o mesmo que 5/10 do bolo e que 10/20 do bolo. Explore questões como: “para receber o quanto queria, quantas das fatias do bolo repartido em 10 pedaços Dora deveria ter recebido?”, “quantas fatias iguais a que a mãe deu a Dora ela gostaria de ter recebido?”

11. O Fabuloso Meios



A. Afinal, que "bruxaria" é essa? Discuta com um colega.

B. Por que a fração $\frac{3}{4}$ foi transformada na fração $\frac{3}{8}$?

C. Se a assistente fosse o número "2", ela sairia da caixa mágica transformada em que número? E se a assistente fosse o número 7? E se a assistente fosse a fração $\frac{2}{5}$? Explique.

D. Qual é o segredo dessa "mágica"? O que a fração $\frac{1}{2}$ tem a ver com isso?

E. E se o mágico fosse o número 1? O que aconteceria?

Bilhete para o professor da Atividade 11 - O Fabuloso Meios

Conteúdo: Fração como operador

Objetivos de aprendizagem:

- reconhecer a fração como operador. Observe que, na tira, a fração $\frac{1}{2}$ é um operador que reduz cada número que "entra na caixa mágica" à sua metade.
- aplicar uma fração como operador, reconhecendo que a operação associada é a multiplicação.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que aplicar a fração $\frac{1}{2}$ como operador equivale a obter a metade.

Possíveis respostas:

A. Resposta pessoal. Espera-se que o estudante demonstre o entendimento de que a "mágica" realizada pela fração $\frac{1}{2}$ transforma o "número assistente" na sua metade.

B. *Porque a fração $\frac{3}{8}$ é a metade de $\frac{3}{4}$.*

C. *"Se a assistente fosse o número 2 ela sairia da caixa mágica transformada no número 1, porque 1 é a metade de 2."*

"Se a assistente fosse o número 7 ela sairia da caixa mágica transformada no número $\frac{7}{2}$, porque $\frac{7}{2}$ é a metade de 7."

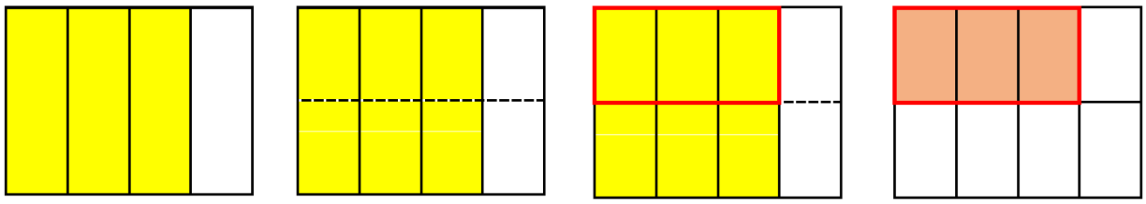
"Se a assistente fosse o número $\frac{2}{5}$ ela sairia da caixa mágica transformada no número $\frac{2}{10}$ (ou $\frac{1}{5}$), *porque $\frac{2}{10}$* (ou $\frac{1}{5}$) *é a metade de $\frac{2}{5}$."*

D. *Achar a metade que é o mesmo que multiplicar por $\frac{1}{2}$.*

E. *Sairia da caixa mágica o mesmo número que entrou.*

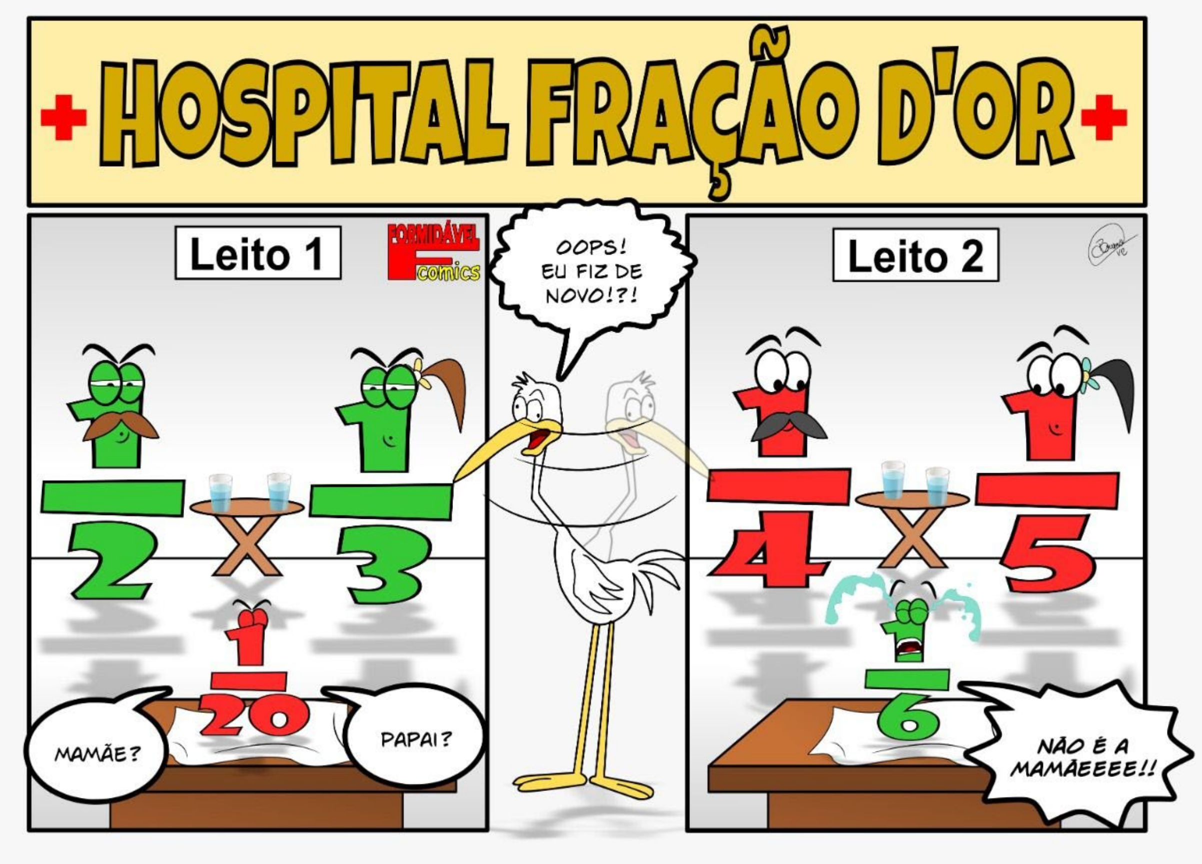
Observação:

Se julgar necessário, explore a atividade a partir de desenhos. Por exemplo, para representar $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ pode-se usar a seguinte sequência baseada na área de um retângulo:



$\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}$ dividido ao meio | Metade de $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{8}$

12. Hospital Fração *D'Or*



A. Como você explicaria essa história para um colega?

B. O que a cegonha fez "de novo"?

C. Por que nessa tira o bebê $\frac{1}{6}$ exclama que "não é a mamãe"?

D. Se o papai e a mamãe frações fossem $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$, qual seria a fração bebê?

Bilhete para o professor da Atividade 12 - Hospital Fração D'Or

Conteúdo: Multiplicação de frações

Objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer o produto de duas frações.
- Calcular o produto entre duas frações.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que a fração produto de duas frações é obtida pelos produtos dos termos correspondentes.
- calculem o produto entre duas frações.

Possíveis respostas:

A. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes observem que há frações que têm os papéis de pais, mães e bebês. O cenário é um hospital, uma maternidade. A cegonha acabou de "trazer" os bebês.

B. *"A cegonha trocou os bebês."* É importante que os estudantes identifiquem a troca: a multiplicação $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$ tem como produto a fração (bebê) $\frac{1}{6}$, e não $\frac{1}{20}$. Analogamente, a multiplicação $\frac{1}{4}$ x $\frac{1}{5}$ tem como produto a fração (bebê) $\frac{1}{20}$, e não $\frac{1}{6}$.

C. *"A fração bebê "nasce" da multiplicação das frações pai e mãe, a fração ⅙ não pode ser bebê do casal $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$. A fração bebê $\frac{1}{6}$ é filha das frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$. A fração bebê $\frac{1}{20}$ é que é filha das frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$."*

D. $\frac{8}{15}$.

Observações para o professor:

(i) É importante que os alunos e as alunas, ao explicarem o que entenderam da tira, associem a troca das "frações bebês" ao resultado da multiplicação das frações pai e mãe. Não podem associar tal troca (apenas) à cor. Conduza a discussão e garanta que todos tenham feito a associação esperada.

(ii) Avalie a possibilidade de aprofundar a discussão sobre a multiplicação de frações propondo a seguinte questão: "*É possível um mesmo casal de frações ter mais do que uma fração bebê?*". Observe que, nesse caso, a resposta é "apenas uma". Frações equivalentes são iguais.

(iii) A tira pode ser explorada dando aos estudantes a possibilidade de criar personagens frações, de serem "autores".

13. A Fuga da água - parte 1

A. Por que o copinho diz que vai precisar de ajuda?

B. Em cada copinho, cabe mais ou menos do que 1L de água?

C. É possível saber a quantidade de água que cabe em cada copinho? Se sim, qual é a capacidade, em litros, de cada copinho?

D. Quantos $\frac{1}{4}$ do litro cabem em 2 litros?

E. E se a garrafa for de 3 litros, quantos copinhos serão necessários?

Bilhete para o professor da Atividade 13 - A Fuga da água: parte 1

Conteúdo: Divisão de frações

Objetivos de aprendizagem:

- aplicar a operação de divisão considerando os significados de equipartição e de medida no contexto de frações.
- exprimir o resultado de uma divisão na forma de fração.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que, para retirar toda a água do garrafão de 2 litros, como os copos são menores, será necessário usar vários copos.
- mais especificamente, espera-se que reconheçam que a quantidade de copos está relacionada com a quantidade total de água (2L) e a capacidade de cada copo a partir da operação de divisão.

Possíveis respostas:

A. *"Porque o copo é menor do que o garrafão."* Espera-se que os estudantes demonstrem que entenderam que a capacidade do copo é menor do que a do garrafão, ou seja, que em cada copo cabem menos do que 2L de água.

B. *"Menos. Se coubesse 1 litro, seriam necessários apenas dois copinhos".*

C. Como a água coube em 8 copinhos iguais, em cada um deles cabem "2 litros divididos em 8 partes", ou seja, $\frac{2}{8}$ do litro (ou $\frac{1}{4}$ de litro*).* Não se espera que os estudantes transformem 2L em 2000 mL. O objetivo é que se discuta e compreenda a resposta como fração do Litro.

D. *Em um litro cabem 4 vezes $\frac{1}{4}$ de litro. Assim, em 2 litros cabem 8 vezes $\frac{1}{4}$ de litro.*

E. *Serão necessários 12 copinhos, porque em cada litro enche quatro copinhos. (de $\frac{1}{4}$ de Litro)*

Observações e discussões emergentes:

(i) Nesta atividade, a operação solicitada é a divisão. No item (3) a divisão é aplicada com o significado de equipartição: 2L são divididos em 8 partes iguais (copinhos). Não se sabe a capacidade de cada copo ainda, sabe-se a quantidade. Já no item 4, solicita-se a interpretação de medida: quantas vezes $\frac{1}{4}$ do L cabe em 1L?". O mesmo no item 5. Nesses casos não se sabe a quantidade de copinhos necessários, mas a capacidade de cada um.

(ii) Espera-se que a atividade seja integralmente discutida e resolvida tendo Litro como unidade de medida. A transformação em mililitros evita as respostas com frações, o que é contraproducente, não é o objetivo aqui. Se necessário use desenhos para explicar a solução. No entanto, se o seu aluno ou a sua aluna ainda precisa exercitar as diferentes interpretações da divisão com números inteiros, explore inicialmente a atividade com a transformação das quantidades para mililitros. Depois retome-a com proposta, com as quantidades expressas em Litros.

14. A Fuga da água - parte 2

A. Qual foi a reação do copinho ao receber o novo pedido de ajuda? Por que você acha que ele ficou desse jeito?

B. Quantos copinhos serão necessários para essa nova “fuga”?

Bilhete para o professor da Atividade 14 - A Fuga da água: parte 2

Conteúdo: divisão de frações.

Objetivos de aprendizagem:

- aplicar a operação de divisão considerando o significado de medida no contexto de frações.

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reconheçam que a quantidade de copos está relacionada com a quantidade total de água no garrafão (5L) e a capacidade de cada copo a partir da operação de divisão.

Possíveis respostas:

A. *Espera-se que o estudante associe a reação (susto, espanto) a necessidade de reunir uma quantidade maior de copinhos, já que agora (diferente da tira anterior) são 5 litros.*

B. *Serão necessários 20 copinhos. Espera-se que o estudante justifique o resultado calculando quantas vezes um copinho ($\frac{1}{4}$ L) "cabe" em 5L, ou seja, 20L : 1/4L. O estudante pode executar tal cálculo litro a litro, ou seja, como ele sabe que em 1L cabem 4 copinhos de $\frac{1}{4}$ L, em 5 litros caberão 5 x 4 = 20 copinhos. Não apoie esses cálculos em regras. Se necessário, faça desenhos!*

15. Divisão arretada

A. O rapaz passou a informação de forma correta?

B. Será que vão mesmo precisar de outro bolo?

C. Em matemática qual é a diferença entre “dividir ao meio” e “dividir por meio”?

Bilhete para o professor da Atividade 15 - Divisão arretada

Conteúdo: divisão de frações.

Objetivos de aprendizagem:

- reconhecer a divisão de frações. Mais especificamente reconhecer que "dividir por meio" não é o mesmo que "dividir ao meio".

Espera-se que os alunos e as alunas, ao interpretarem a tira,

- reflitam sobre a diferença entre os significados das expressões "dividir *por* meio" e "dividir *ao* meio"

Possíveis respostas:

A. Não. Foi pedido para **dividir o bolo ao meio**, que é o mesmo que dividir em duas partes iguais ou **dividir por dois**. O rapaz pediu para "**dividir por meio"**, que corresponde a dividir pela fração $\frac{1}{2}$ (ou pela metade do bolo).

B. Não. Atendendo ao pedido da moça, dividir ao meio, o mesmo bolo seria dividido em duas metades. Já dividir por $\frac{1}{2}$ equivale a verificar quantas metades do bolo cabem em um bolo inteiro: duas. Não são dois bolos. No contexto de repartir um bolo, não faz sentido "dividir por meio".

C. "Dividir ao meio" é o mesmo que dividir em duas partes iguais, o que equivale a dividir por dois. Nesse caso, cada parte será "metade do bolo"ou "meio bolo".

"Dividir por meio" significa dividir pela fração $\frac{1}{2}$, ou seja, verificar quantas vezes a metade cabe na unidade. Nesse caso, significa determinar quantas vezes a metade do bolo cabe em um bolo inteiro. A resposta é duas, duas vezes.