



# Caderno Dá Licença

## Utilizando o GeoGebra para explorar casos de congruência entre triângulos

Lucas Henrique Viana<sup>1</sup>  
*lucas.h.viana@outlook.com*

Filomena Maria Gonçalves da Silva Cordeiro Moita<sup>2</sup>  
*filomena\_moita@hotmail.com*

Leandro Mário Lucas<sup>3</sup>  
*leandros1.pb@gmail.com*

### Resumo

O ensino de congruência de triângulos frequentemente é realizado por meio da memorização dos chamados ‘casos de congruência entre triângulos’, contudo, nem sempre os alunos conseguem compreender o que cada um deles representa. Buscando propor melhorias para o ensino e aprendizagem deste conteúdo, esta atividade tem por objetivo explorar casos de congruência entre triângulos por meio da construção de suas representações no GeoGebra. Ela é destinada a estudantes do oitavo ano do ensino fundamental e, para sua aplicação, são necessários computadores com o GeoGebra e a produção técnica educacional “Ensinando e aprendendo sobre congruência de triângulos por meio do GeoGebra”, que contém instruções sobre como representar cada caso. Seguindo as ações propostas pela produção, os alunos poderão compreender casos em que não é possível verificar a congruência entre triângulos, além de explorar os quatro principais casos em que a congruência é garantida. A avaliação poderá ser feita de maneira contínua, observando-se a interação dos alunos com os recursos e as respostas dadas às perguntas apresentadas ao longo da produção. Espera-se que este material auxilie professores de matemática, licenciandos e pesquisadores a explorar a congruência de triângulos sob novas perspectivas e utilizando novos recursos.

**Palavras-chave:** Geometria; GeoGebra; Congruência de Triângulos.

### Um pouco sobre a temática

O ensino do conteúdo congruência de triângulos é frequentemente realizado por meio de processos de memorização dos chamados ‘casos de

<sup>1</sup> Mestre em ensino de ciências e educação matemática. Doutorando em ensino pelo programa RENOEN, polo Universidade Estadual da Paraíba. <https://orcid.org/0000-0003-4320-6888>.

<sup>2</sup> Doutora em Educação. Universidade Estadual da Paraíba. <https://orcid.org/0000-0003-0184-6879>.

<sup>3</sup> Mestre em ensino de ciências e educação matemática. Doutorando em ensino pelo programa RENOEN, polo Universidade Estadual da Paraíba. <https://orcid.org/0000-0001-9627-4951>.



congruência'. Esses casos permitem identificar quando dois triângulos são congruentes, comparando apenas alguns de seus elementos. Ao todo, são quatro os principais casos válidos para triângulos quaisquer: lado-lado-lado (LLL); lado-ângulo-lado (LAL); ângulo-lado-ângulo (ALA); lado-ângulo-ângulo oposto (LAAo).

Murari e Barbosa (1992) criticam a forma como este conteúdo é comumente ensinado, destacando a importância de os alunos compreenderem as razões pelas quais é possível utilizar os casos para verificar a congruência entre triângulos. Além disso, enfatizam a necessidade de descobrir e aprender a identificar casos de não-congruência entre estes objetos matemáticos.

Seguindo a perspectiva dos autores, ressaltamos que é importante que os alunos aprendam, por exemplo, por que não é possível garantir a congruência entre dois triângulos apenas observando os seus ângulos internos, mesmo que eles formem pares congruentes. Isso ocorre porque é possível que dois triângulos distintos atendam a essa característica e, ao mesmo tempo, possuam diferenças nas medidas dos lados de um com relação ao outro, o que contraria a definição<sup>4</sup> de triângulos congruentes.

No trabalho de dissertação de Viana (2020), são apresentadas diferentes propostas para explorar a congruência de triângulos na educação básica. Entre os resultados, destaca-se a produção técnica educacional "Ensinando e aprendendo sobre congruência de triângulos por meio do GeoGebra", que será um dos recursos utilizados nesta atividade. Ao longo deste texto, iremos nos referir à produção técnica educacional utilizando a sigla PTE.

## **Descrição da atividade**

Esta atividade objetiva explorar casos de congruência entre triângulos por meio da construção de suas representações no GeoGebra. Para isso, utiliza-se uma PTE que é produto de uma dissertação de mestrado apresentada por Viana (2020).

<sup>4</sup> Dois triângulos são congruentes se for possível definir uma correspondência entre seus vértices de modo que sejam congruentes os pares de lados correspondentes e, da mesma forma, sejam congruentes os pares de ângulos correspondentes. (Rezende; Queiroz, 2008, p.32)



O público-alvo são estudantes a partir do oitavo ano do ensino fundamental. Para a aplicação do material, recomenda-se o uso de um laboratório de informática, com capacidade para que os alunos consigam ser organizados individualmente ou em duplas.

Sugerimos que a atividade seja aplicada em uma quantidade mínima de seis encontros de 50 minutos, cada. No entanto, esse tempo pode-se estender a depender da familiaridade da turma com o uso de computadores ou dificuldades encontradas ao construir as figuras que são instruídas pela PTE.

## Orientações ao professor

A partir deste item, iremos conduzir o texto em um diálogo direto com o leitor, apresentando orientações para a aplicação da atividade. Além disso, incluímos *links* em notas de rodapé para cada recurso mencionado, assegurando que todas as ferramentas e materiais necessários estejam facilmente acessíveis, de forma a apoiar o planejamento e a execução da atividade.

### 1. Preparação do ambiente

Antes de aplicar a atividade, é importante que você verifique se há computadores em quantidade suficiente para que os alunos sejam organizados individualmente ou em duplas. Também é necessário decidir qual versão do GeoGebra será utilizada. Caso os computadores tenham acesso à internet, você poderá utilizar a versão *online*<sup>5</sup> deste recurso. Caso contrário, acesse o site<sup>6</sup> oficial do GeoGebra em outro dispositivo e baixe uma versão que seja compatível com os computadores disponíveis. Vale ressaltar que existe uma versão deste recurso que é apenas executável, isto é, não necessita de instalação.

Além de se certificar que o GeoGebra poderá ser utilizado em cada computador, é necessário que você também disponibilize a PTE neles, seja em

---

<sup>5</sup> Disponível em: [https://www.geogebra.org/classic?lang=pt\\_PT](https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT). Acessado em: 20 nov. 2024.

<sup>6</sup> Disponível em: [https://geogebra.github.io/docs/reference/en/GeoGebra\\_Installation/](https://geogebra.github.io/docs/reference/en/GeoGebra_Installation/). Acessado em: 11 nov. 2024.



sua versão animada online<sup>7</sup> ou em formato PDF<sup>8</sup>. Como alternativa, durante a atividade, a PTE também pode ser exibida em um projetor ou TV que permita uma visualização clara por toda a turma.

Recomendamos que você tenha conhecimento a respeito do GeoGebra e suas funcionalidades básicas antes de aplicar o material. A própria PTE que utilizamos nesta atividade possui algumas instruções a respeito das ferramentas que serão utilizadas, mas é essencial que as conheça para que possa ajudar os alunos a resolver eventuais dificuldades.

Ressaltamos que a PTE foi produzida no ano de 2020, de modo que o GeoGebra passou por algumas atualizações de interface em suas versões mais recentes. No entanto, os ícones e formas de funcionamento de cada uma das ferramentas que serão utilizadas se mantêm.

## 2. Aplicando a atividade

Ao receber os alunos, é importante que você oriente-os a se organizarem individualmente ou em duplas, dependendo da disponibilidade de computadores. Depois, peça para que acessem<sup>9</sup> o arquivo ou o link da PTE, avancem para a sétima página e executem o GeoGebra.

Na página seguinte, peça para que os alunos leiam com atenção as informações apresentadas. Procure estimular o diálogo, para que possam partilhar se já possuem conhecimentos sobre congruência de triângulos. Em seguida, explique-os sobre a definição que é apresentada na PTE.

Nas figuras exibidas na página oito, foram utilizados pequenos pontos pretos para indicar quais lados se correspondem e também pequenos traços para indicar os ângulos. Devido à disposição diferente de um triângulo em relação ao outro, alguns alunos podem ter dificuldade em visualizar a correspondência entre os elementos. Nesses casos, recomendamos que sejam desenhados outros exemplos na lousa, para facilitar a visualização dos elementos correspondentes.

<sup>7</sup> VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C. **Ensinando e aprendendo sobre congruência de triângulos por meio do geogebra**. Disponível em:

<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/575728>. Acessado em: 11 nov. 2024.

<sup>8</sup> Disponível em: <https://bit.ly/producaolucasviana>. Acessado em: 11 nov. 2024.

<sup>9</sup> Advertimos que, a depender da realidade da turma, pode acontecer que os alunos tenham pouca ou nenhuma familiaridade com computadores. Assim, pode ser necessário que você os ajude a ligar esses dispositivos ou até mesmo a manusear periféricos como teclado e mouse. Experiência semelhante é relatada em Viana (2020).



A partir da página onze, são apresentadas as instruções a respeito das ferramentas do GeoGebra. Contudo, considerando as possíveis diferenças entre a versão do *software* que foi utilizada na construção da PTE e a que será utilizada durante a aula, a disposição das ferramentas pode variar. Assim, é importante que você reforce as instruções acessando o GeoGebra e exibindo-o de modo que todos possam ver onde cada ferramenta se localiza e como utilizá-la.

As telas seguintes da PTE fornecem instruções sobre como construir cada uma das figuras necessárias para entender os casos de congruência e alguns de não congruência. Enquanto os alunos realizam as construções, algumas dúvidas podem surgir, entre as quais destacamos:

- Diferenças na nomenclatura dos elementos (pontos e retas): a nomenclatura apresentada na PTE pode diferir da atribuída pelo GeoGebra, especialmente se já existirem outros pontos ou retas com o mesmo nome na tela. Nesses casos, recomendamos que você esclareça aos alunos que essas diferenças são esperadas e sugira que verifiquem a possibilidade de remover elementos desnecessários antes de iniciar a construção. Uma outra opção é sugerir que fiquem atentos a quais elementos (pontos e retas) na sua tela do GeoGebra correspondem ao que é indicado na PTE.
- Formas em disposições diferentes do que é apresentado na PTE: as construções que serão realizadas pelos alunos podem resultar em formas diferentes das que aparecem como exemplos nas telas de perguntas da PTE (ver exemplo de tela na Figura 1). Nesses casos, é importante que você verifique se os alunos seguiram as instruções de maneira correta, mas sem interferir em suas escolhas de como posicionar os pontos, a não ser que esses elementos necessitem coincidir<sup>10</sup> para representar corretamente o caso em estudo.

---

<sup>10</sup> Em algumas situações, será preciso que os pontos sejam posicionados exatamente em determinados locais. Um exemplo ocorre logo na primeira construção, na qual é sugerido que os alunos construam dois triângulos: primeiramente, o triângulo ABC e, depois, o ABD. Para construir o segundo, eles devem clicar nos locais onde já se encontram os pontos A e B e, depois, criar um ponto D. Alguns podem optar por escolher o ponto D em posição coincidente com o ponto C, o que não geraria o caso que se pretende estudar. Aproveite este momento para realizar discussões sobre as formas que foram geradas e por que representam ou não uma relação de congruência.



**Figura 1** – Exemplo de tela de perguntas em que aparecem exemplos das construções

The screenshot shows a digital worksheet with a yellow header containing the number '19'. Below the header, the text 'Respondam:' (Answer) is displayed. Three questions are listed:

- 1- O que os triângulos **ABC** e **ABD** possuem em comum?
- 2- Os triângulos **ABC** e **ABD** são congruentes? Por quê?
- 3- Conhecer a medida de um lado é suficiente para provar a congruência de dois triângulos?

Below the questions is a diagram of two triangles,  $ABC$  and  $ABD$ . Triangle  $ABC$  is shaded light blue and triangle  $ABD$  is shaded light green. They share a common vertex at point  $A$ . Point  $D$  is located above point  $C$ . A cartoon illustration of a man with dark hair and a beard, wearing a blue shirt, is positioned on the right side of the screen.

Fonte: Elaborado pelo autor

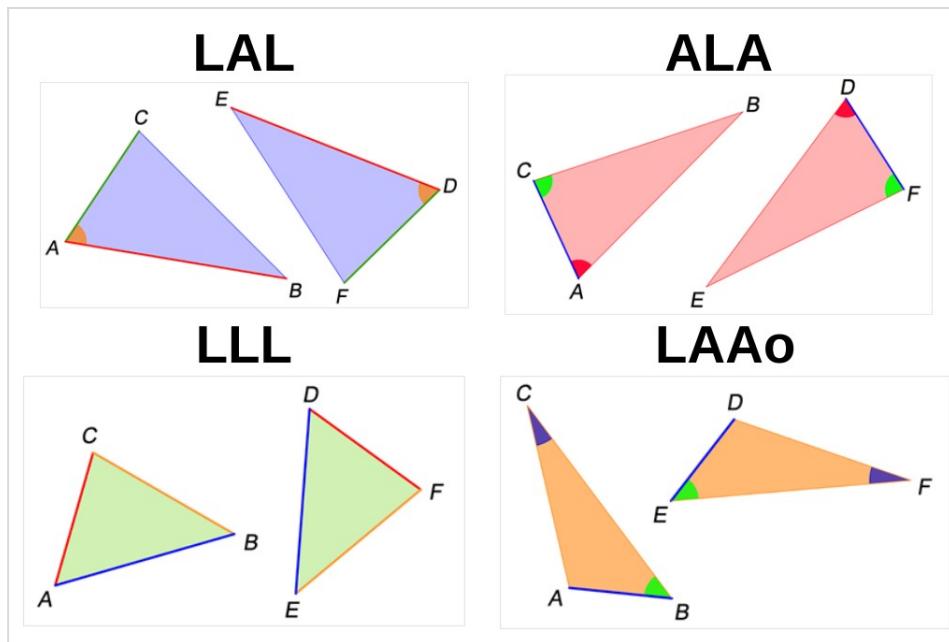
- Dificuldades ao utilizar o GeoGebra: para facilitar o trabalho de atender às dúvidas ou dificuldades da turma, selecione alguns alunos que tenham concluído a atividade com antecedência para auxiliar os colegas. Contudo, assegure-se de que esses alunos atuem apenas como guias, sem realizar as tarefas no lugar dos outros.

### 3. Encerramento

Quando todos os alunos tiverem conseguido construir as figuras, finalize a atividade com a penúltima tela da PTE (ver Figura 2). Peça para que expliquem com as suas palavras qual o caso de congruência entre triângulos que cada par de figura representa, de modo que possam destacar as condições necessárias para que cada um seja considerado válido.



**Figura 2** – Tela de resumo com os quatro casos de congruência



Fonte: Elaborado pelo autor

Nesta tela, conforme pode se observado a Figura 2, os pares de elementos congruentes foram destacados cores iguais para facilitar a visualização dos alunos. No entanto, é essencial que você explique que questões como a cor e a posição dos triângulos não influenciam o fato de serem congruentes ou não. Assim dois triângulos, podem estar rotacionados ou refletidos um em relação ao outro, mas essas características não comprometem a congruência.

Sugerimos que você solicite aos alunos que também desenhem em folhas de papel um exemplo para cada caso de congruência aprendido. Para realizar essas construções, é importante que eles também utilizem recursos como régua, compasso e transferidor. Portanto, caso haja material disponível em quantidade suficiente, você pode complementar a atividade com a realização destas construções manuais.

Por fim, indicamos a utilização de um outro material também desenvolvido por Viana (2020), o ‘Jogo das congruências’. Com ele, os alunos poderão praticar o que aprenderam sobre congruência e não congruência de triângulos utilizando um jogo de cartas desenvolvido pelo autor. A produção contém links para acesso a todos os materiais necessários à confecção e aplicação do jogo em sala de aula. Um recorte sobre o material e relato de sua



aplicação podem ser encontrados em Viana, Moita e Lucas (2022), e a produção pode ser acessada no portal EduCAPES<sup>11</sup>.

## Considerações finais

Ensinar congruência de triângulos pode ser desafiador, especialmente quando se procura dar sentido a cada um dos casos, indo além da abordagem tradicional baseada apenas memorização das siglas LLL, ALA, LAL e LAAo. A escassez de materiais que explorem casos de não congruência de triângulos dificulta o desenvolvimento de uma abordagem mais ampla sobre o tema.

Buscando propor melhorias para o ensino e aprendizagem deste conteúdo, esta atividade foi desenvolvida para explorar casos de congruência entre triângulos por meio da construção de suas representações no GeoGebra. O texto apresentou instruções detalhadas sobre como utilizar a PTE adotada e orientações complementares para o trabalho em sala de aula, oferecendo suporte ao professor que desejar utilizar este material.

Esperamos que esta atividade facilite a abordagem da temática congruência de triângulos, motivando os seus alunos a compreenderem quais são os casos, quais as condições para que ocorram e, também, entendam situações em que não se é possível garantir a congruência entre pares de triângulos.

## Agradecimentos

Registrarmos nossos agradecimentos à Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado da Paraíba (FAPESQ), pela bolsa de doutorado fornecida através do edital de nº 07/2021 a um dos autores deste material. Certificamos que as opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade nossa e não necessariamente refletem a visão da FAPESQ.

---

<sup>11</sup> VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C. **Jogo das congruências**. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/575763>. Acessado em: 12 nov. 2024.



## Referências

MURARI, C.; BARBOSA, R. M. Um Ensaio Metodológico sobre a Congruência e não Congruência de Triângulos (parte I). **Bolema**, Rio Claro, v. 7, n. 8, p. 68-82, fev. 1992.

REZENDE, E. Q. F.; QUEIROZ, M. L. B. **Geometria euclidiana plana e construções geométricas**. 2 ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2008.

VIANA, L. H. **O Pensamento Computacional e as suas conexões com o ensino e a aprendizagem da Geometria**. 2020. 238f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2020. Disponível em:  
<https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3849>. Acessado em: 24 jul. 2024.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C. **Ensino e aprendendo sobre congruência de triângulos por meio do geogebra**. Disponível em:  
<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/575728>. Acessado em: 11 nov. 2024.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C. **Jogo das congruências**. Disponível em:  
<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/575763>. Acessado em: 12 nov. 2024.

VIANA, L. H.; MOITA, F. M. G. S. C.; LUCAS, L. M. Jogo das congruências: um diálogo entre a aprendizagem de geometria e o pensamento computacional. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 13, n. 5, p. 1–24, 2022. DOI: 10.26843/renigma.v13n5a20. Disponível em:  
<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/renigma/article/view/3674>. Acesso em: 12 nov. 2024.

