

MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA À ÁREA SUPERFICIAL DO ABACAXI PÉROLA

Wantiê Teles Adorno¹
Luara de Jesus Almeida²
Glêndara Aparecida de Souza Martins³
Warley Gramacho da Silva⁴
Paulo Alexandre Oliveira⁵

Resumo: O abacaxi (*Ananas comosus* L. Merrill), pertence ao gênero Ananás, que é o mais importante da família Bromeliaceae. A variedade “Pérola” é a mais cultivada no Brasil, e sua polpa é rica em suco, saborosa, pouco ácida e de coloração branco ou amarelo pálido. O congelamento de produtos agrícolas, dentre eles as frutas, é um processo de transferência de calor, que pode ser mais rápido ou mais lento dependendo do tamanho da sua área superficial, a qual pode ser determinada para quantificar a energia gasta num processo de congelamento. O objetivo desse trabalho foi determinar a área superficial do abacaxi “Pérola” por meio do ajuste de curvas no software Python, visto que a área superficial é onde ocorre a troca térmica. Foram analisadas 15 amostras ao todo, nas quais coletamos as medidas de peso, altura, diâmetro e circunferência dos discos. Terminadas as medições, foi feita uma tabela relacionando peso, altura e área total de cada amostra, e em seguida os dados foram plotados no software Python a fim de encontrar qual a função que melhor adequa a curva aos dados obtidos usando o método das tentativas. A função que melhor se ajustou aos dados experimentais foi a cúbica $87,110p^3 - 619,757p^2 + 1590,135p - 444,186$, na qual o indivíduo substitui o “p” pelo peso do abacaxi e encontra a área superficial aproximada do fruto.

Palavras-chave: Abacaxi, Área superficial, Ajuste de curvas, Congelamento.

Abstract: MATHEMATICS MODELING APPLIED TO THE SURFACE AREA OF PINEAPPLE PEARL. The pineapple (*Ananas comosus* L. Merrill), belongs to the genus Ananas, which is the most important of the Bromeliaceae family. The pearl variety is the most cultivated in Brazil, and its pulp is rich in juice, tasty, little acidic and white-colored or pale yellow. The freezing of agricultural products, including fruits, is a process of heat transfer, which may be faster or slower depending on the size of the surface area, which can be determined to quantify the energy spent in the freezing process. The aim of this study was to determined the surface area of pineapple pearl by tuning curves in Python software, since the surface area is where the heat exchange occurs. Fifteen samples were analyzed as a whole, where we took measurements of weight, height, diameter and circumference of the disks. When we finished measurements, a chart was made, relating weight, height and total area of each sample, and then the data were plotted in Python software in order to find which function that best fits the curve to the data obtained using the attempts method. The function that best fit the experimental data was the cubic $87,110p^3 - 619,757p^2 + 1590,135p - 444,186$, in which the individual replaces the "p" by the weight of pineapple and find the approximate surface area of the fruit.

Keywords: Pineapple, Surface area, Tuning curves, Freezing.

¹ Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). E-mail: wantie_adorno@hotmail.com

² Universidade Federal do Tocantins (UFT). E-mail: luu-almeida@hotmail.com

³ Universidade Federal do Tocantins (UFT). E-mail: glendarasouza@uft.edu.br

⁴ Universidade Federal do Tocantins (UFT). E-mail: wgramacho@gmail.com

⁵ Universidade Federal do Tocantins (UFT). E-mail: paulooliveira@uft.edu.br

1. INTRODUÇÃO

O abacaxi (*Ananas comosus* L. Merrill), pertence ao gênero Ananás, que é o mais importante da família Bromeliaceae. A variedade “Pérola” é a mais cultivada no Brasil, e seus frutos apresentam a forma cônica, a casca pouco colorida, a haste frutífera e as folhas longas com finos espinhos. A polpa é rica em suco, saborosa, pouco ácida e de coloração branco ou amarelo pálido (Carvalho *et al.*, 2009).

O Brasil é atualmente um dos maiores produtores de abacaxi do mundo, perdendo apenas para as Filipinas no ranking mundial. Em 2013 no Brasil, a área plantada em hectares de abacaxi foi de 58.008, com produção de 1.556.807 toneladas. A maior área colhida foi na região Nordeste com 37% da área total, seguida da região Sudeste com 30%, região Norte com 24,4%, Centro-oeste com 8% e Sul 0,5%. Os três principais estados produtores foram Pará com 319.399 toneladas, Paraíba com 283.729 toneladas, e Minas Gerais com 239.565 toneladas (ESALQ - USP, 2014; IBGE, 2014).

O Tocantins assumiu uma posição de destaque no cenário nacional de produção de abacaxi pérola. O estado é o sétimo produtor nacional da fruta, e segundo a Secretária Estadual de Agricultura, esse cultivo abastece além do mercado interno, os estados de São Paulo, Minas Gerais, Santa Catarina e Distrito Federal. Os municípios que mais produzem a fruta são Miracema do Tocantins, Miranorte e Rio dos Bois (Portal G1 Tocantins, 2014).

O congelamento de produtos agrícolas, dentre eles as frutas, é um processo de transferência de calor. Os coeficientes de transferência de calor são essenciais para estimar o tempo de processo, assim como a perda de massa provocada pela evaporação ou sublimação da água na superfície do alimento. O congelamento é uma operação unitária que objetiva o aumento de vida de prateleira de um alimento, e sua ação consiste no retardo das taxas de reação de deterioração (Santos, 2005).

Os mecanismos de transferência de calor são condução, convecção e radiação. A condução ocorre dentro de uma substância ou entre substâncias que estão em contato físico direto. Na condução, a energia cinética dos átomos e moléculas é transferida por colisões entre átomos e moléculas vizinhas. O calor flui das temperaturas mais altas (com maior energia cinética) para as temperaturas mais baixas (com menor energia cinética). Geralmente os sólidos são melhores condutores que líquidos e líquidos são melhores condutores que gases (Departamento de Física - UFPR, 2013).

O objetivo desse trabalho é determinar a área superficial do abacaxi “Pérola” por meio do ajuste de curvas, visto que a área superficial é onde ocorre a troca térmica.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Os abacaxis (*Ananas comosus* L. Merrill) da variedade pérola foram adquiridos na feira da quadra 304 sul em Palmas - TO, num total de 15 amostras, que foram transportadas para o laboratório de Microbiologia e Bioprocessos da Universidade Federal do Tocantins, onde se deu início ao trabalho.

Primeiramente os abacaxis foram lavados, foi feita a retirada da coroa, e em seguida foram pesados. Foi realizada a medição das alturas dos abacaxis com um paquímetro. Após esse procedimento, com o auxílio de uma faca e fita métrica os mesmos foram cortados em discos de 2 cm de espessura cada (dependendo do tamanho do fruto, o topo pode ter menos que 2 cm; por exemplo: altura de 17 cm = 8 discos de 2 cm + o topo de 1 cm), e foi aferida a circunferência no meio de cada disco, sendo que no topo e na base, as circunferências foram medidas na parte superior e inferior do disco. Foram medidos também os diâmetros na parte superior e inferior de cada disco.

Os dados foram tabulados relacionando a área total (cm²) de cada amostra com o seu peso (kg) (tabela 1).

As áreas da base e do topo foram calculadas pela equação 1:

$$A = \left(\frac{C + c}{2} * h \right) + \pi r^2 \quad (1)$$

onde C = circunferência maior, c = circunferência menor, e h = altura do disco. Nos discos restantes foi usada a equação 2:

$$A = 2 * c \quad (2)$$

Onde c é a circunferência medida no meio do disco.

Posteriormente, a função que melhor se adequou à curva dos dados obtidos foi gerada utilizando um software desenvolvido em linguagem de programação Python. Foi usado o método da tentativa e erro, bem como o R², para encontrar a melhor função nesse caso, testando as curvas linear, exponencial, logarítmica, quadrática, cúbica, e raiz quadrada, das quais visualmente já foram descartadas a exponencial, logarítmica e raiz quadrada por não se adequarem bem aos pontos inseridos. Em posse das funções linear, quadrática e cúbica (que foram as que melhor se adequaram aos pontos), foi substituído o peso de cada amostra nas funções e encontrados os valores de área superficial (tabelas 2, 3 e 4). Utilizando o método dos quadrados mínimos, foi realizado o cálculo do somatório dos quadrados da diferença. Ou seja, para cada função, fez-se a diferença entre o valor da área superficial total de cada amostra e o valor da área superficial encontrado pela função, elevando esse valor ao quadrado, e realizando o somatório das 15 amostras.

Foi feito o ajuste de curvas, que nada mais é que ajustar funções aos dados obtidos em um experimento. Os resultados desses experimentos são obtidos em pontos, como é o caso desse trabalho, e esses pontos formam um diagrama de dispersão. Acontece que em um diagrama de dispersão, dificilmente há uma curva que passe entre todos os pontos, visto que em dados experimentais sempre há a margem de erro inerente ao processo. Dessa forma, para definir a função que descreva o sistema, deve-se optar por uma curva que

Representa o somatório da área lateral com a área da base, respectivamente, melhor se ajusta aos pontos dados no gráfico (Departamento de engenharia de computação e automação – UFRN, 2013). A função que obteve o menor valor de somatório foi a que melhor se ajustou aos pontos.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A regressão linear aplicada ao método dos quadrados mínimos nos permitiu escolher a curva que melhor se adaptou ao contorno do objeto (Marinelli, 2002).

Marinelli (2002) faz um resumo acerca do método dos quadrados mínimos. Segundo ela:

[...] Seja $Ax = b$ um sistema linear de m equações e n incógnitas incompatível. Já que não existe solução para $Ax = b$, vamos determinar um vetor x tal que $\|Ax - b\|$ seja minimizada, ou seja, tal que a distância entre b e Ax seja a menor possível. Quanto menor for esta distância, melhor será a solução aproximada [...].

Ainda segundo a autora, se o sistema fosse compatível e \hat{x} fosse a solução exata, o erro seria nulo. Logo, um problema de método de quadrados mínimos nada mais é que: dado um sistema $Ax = b$ com m equações e n incógnitas, encontrar o vetor \hat{x} que minimiza $\|Ax - b\|$, sendo esse vetor a solução de quadrados mínimos desse sistema.

Muitos autores utilizam o método dos quadrados mínimos, como por exemplo, trabalho feito por Queiroz *et al.* (2000), que usaram o método para análise do efeito da endogamia sobre características de crescimento de bovinos. Do mesmo modo, Pádua *et al.* (2003) também usaram o método dos quadrados mínimos para análise do efeito de métodos de castração e do uso de vermífugos sobre o ganho em peso de bovinos.

Desde antigamente procurava-se determinar a área de figuras planas, e o procedimento usado era o método da exaustão, que consistia em aproximar a figura a ser calculada por meio de outras figuras cuja área já era conhecida. Segundo Araújo (2008), ao girar uma curva plana em torno de um eixo no mesmo plano da curva, obtém-se uma

superfície de revolução. Para encontrar uma definição apropriada da área dessa superfície, é necessário decompor a mesma em pequenas secções cujas áreas podem ser aproximadas por formulas elementares.

Na tabela 1 são dispostos os dados de área total (cm²) e peso (kg) das amostras.

Tabela 1: Área total (cm²) e peso (kg) de cada amostra.

AMOSTRA	PESO (kg)	ÁREA TOTAL - AT (cm ²)
1	1,848	963,55
2	1,778	893,91
3	2,046	957,9
4	1,496	857,69
5	1,27	791,19
6	1,396	836,41
7	1,268	745,61
8	1,098	694,65
9	1,53	835,67
10	1,796	898,17
11	1,17	676,22
12	1,202	683,51
13	1,162	710,53
14	1,432	838,92
15	1,44	778,84

Os resultados encontrados para a função linear estão representados na tabela 2 juntamente com a equação, e o R². O SQ (somatório do quadrado da diferença) encontrado foi superior ao

encontrado nas demais funções, e o R² encontrado foi o menor dentre as três funções, indicando que a função linear foi a que menos representou as amostras.

Tabela 2: Área superficial das amostras pela função linear.**Linear**

$$SR = 312,107p + 354,510 \quad R^2 = 88,99 \%$$

ÁREA TOTAL – AT (cm ²)	ÁREA SUPERFICIAL	QUADRADO DA DIFERENÇA (AT - SR) ²
963,55	931,283	1041,169
893,91	909,435	241,038
957,90	993,080	1237,629
857,69	821,421	1315,416
791,19	750,885	1624,472
836,41	790,211	2134,377
745,61	750,261	21,632
694,65	697,203	6,517
835,67	832,033	13,228
898,17	915,053	285,046
676,22	719,675	1888,303
683,51	729,662	2130,008
710,53	717,178	44,193
838,92	801,447	1404,262
778,84	803,943	630,179
SQ		14.017,469

Os resultados encontrados para a função quadrática estão representados na (tabela 3) juntamente com a equação, e o R². O SQ (Somatório do quadrado da diferença) encontrado foi inferior ao encontrado pela equação linear, porém superior ao encontrado pela equação cúbica, justificando que a função

quadrática não é a que melhor se ajusta aos dados. O R² foi superior ao da função linear e inferior ao da função cúbica, mostrando que a função quadrática se ajusta melhor aos dados em relação à linear, e que o mesmo não ocorre em relação à cúbica.

Tabela 3: Área superficial das amostras pela função quadrática.

Quadrática		
$SP = -212,658p^2 + 969,269p - 135,235$		
$R^2 = 91,79\%$		
ÁREA TOTAL – AT (cm ²)	ÁREA SUPERFICIAL	QUADRADO DA DIFERENÇA (AT - SP) ₂
963,55	929,724	1144,217
893,91	915,852	481,444
957,90	957,677	0,050
857,69	838,859	354,622
791,19	752,740	1478,411
836,41	803,432	1087,518
745,61	751,881	39,323
694,65	672,640	484,419
835,67	849,935	203,479
898,17	919,618	460,014
676,22	707,702	991,092
683,51	722,577	1526,200
710,53	703,915	43,761
838,92	816,676	494,803
778,84	819,544	1656,812
SQ		10.446,165

De acordo com o método dos quadrados mínimos, a função que melhor se ajusta à curva é aquela em que o somatório do quadrado da diferença é o menor. Nesse caso, a curva que apresentou o menor somatório foi a

cúbica, representando melhor a área superficial do abacaxi em função do seu peso (Tabela 4). O R² encontrado foi o maior dentre as três funções implicando que essa é a que melhor se ajusta aos dados do estudo.

Tabela 4: Área superficial das amostras pela função cúbica.

Cúbica		
$SC = 87,110p^3 - 619,757p^2 + 1590,135p - 444,186$		
$R^2 = 91,83\%$		
ÁREA TOTAL – AT (cm ²)	ÁREA SUPERFICIAL	QUADRADO DA DIFERENÇA (AT - SC) ²
963,55	927.610	1291,671
893,91	913.471	382,638
957,9	960.935	9,211
857,69	839.281	338,898
791,19	754.114	1374,599
836,41	804.837	996,832
745,61	753.238	58,192
694,65	669.913	611,908
835,67	849.923	203,146
898,17	917.245	363,852
676,22	707.403	972,409
683,51	723.009	1560,189
710,53	703.402	50,805

838,92	817.797	446,178
778,84	820.590	1743,040
SQ		10.403,568

Silva *et al.* (2009) desenvolveram um modelo matemático para o cálculo de área superficial de frangos de corte, e afirmaram que o cálculo de transferência de calor e massa entre as aves e o ambiente é importante por permitir o dimensionamento do sistema de ventilação e resfriamento evaporativo. Segundo eles, tais equações empíricas ajustadas para a determinação da área superficial total e de uma única pata e perna de frangos de corte, foram estatisticamente significativas, sendo o método viável quando aplicado aos frangos.

Bovi e Spiering (2002) ao fazerem a estimativa da área superficial por digitalização de imagem de frutos de Pupunheira em comparação aos métodos gravimétricos, afirmaram que tal procedimento é viável no fruto, além de ser um método preciso e mais rápido. Eles analisaram duas funções: a linear ($Y = ax + b$), e a função potência da variável independente ($Y = ax^b$), encontrando para as funções um R^2 de 94,5% e 94,8% respectivamente.

Clayton *et al.* (1995) estimaram a área superficial de maçã. Eles se

basearam no fato de que alguns legumes e frutas são semelhantes a algumas figuras geométricas, pelas quais se podem calcular a área matematicamente. Usando os modelos esféricos e elipsoides para os cálculos de quatro cultivares diferentes, eles chegaram à conclusão que os modelos esféricos e elipsoides tiveram baixa correlação entre a área superficial prevista e a efetiva, mas que os modelos de regressão não linear desenvolvidos pela correlação entre a área superficial real e a massa e volume do fruto foram precisos para calcular sua área.

O gráfico 1 mostra as curvas das três funções, e confirma os resultados encontrados nas tabelas anteriores, onde a função cúbica se mostrou superior às demais funções, obtendo uma curva mais próxima dos pontos. Obteve-se a função cúbica $87,110p^3 - 619,757p^2 + 1590,135p - 444,186$, na qual o indivíduo substitui o “p” pelo peso do abacaxi em kg, e encontra a estimativa de área superficial do mesmo. Desse modo, com a área superficial, pode-se estimar a energia gasta para o congelamento.

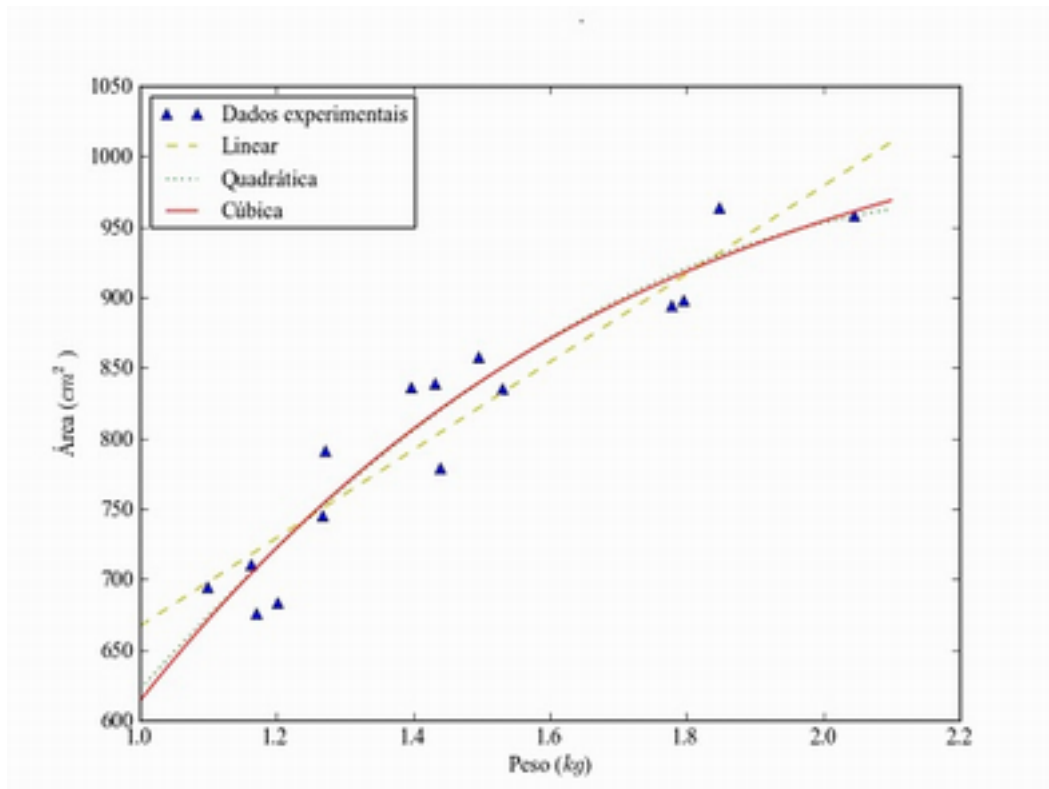


Gráfico 1: Área calculada x peso da fruta

4. CONCLUSÃO

Como visto no decorrer deste trabalho, a área superficial é de extrema importância para o cálculo das transferências de calor e de massa, e através dela é possível quantificar a energia gasta para o congelamento de alimentos, já que a área superficial é onde ocorre a troca térmica. Foi possível por meio do método dos quadrados mínimos descobrir a melhor função para o cálculo da área superficial de abacaxi, sendo esta a função cúbica $87,110p^3 - 619,757p^2 + 1590,135p - 444,186$, na qual o indivíduo substitui o “p” pelo peso do abacaxi e encontra a área superficial aproximada do mesmo. O R^2 encontrado para a função cúbica foi superior aos encontrados pelas demais funções, confirmando que esta é a melhor função para o cálculo da área superficial.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, G. V. 2008. Cálculo integral e diferencial. “Um enfoque em suas aplicações”. 62p. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul.

BOVI, M. L. A. and SPIERING, S. H. 2002. “Estimativa da área superficial de frutos de Pupunheira por relações alométricas”, *Scientia Agricola*, v.59, n.4, p.717-721.

CARVALHO, S. P., PEREIRA, J. M., BORGES, M. S. and MARIN, J. O. B. Panorama da produção de abacaxi no Brasil e comportamento sazonal dos preços do abacaxi “pérola” comercializados na CEASA-GO. XLVII CONGRESSO SOBER: desenvolvimento rural e sistemas agroalimentares: os agronegócios no contexto de integração das nações, 2009 Porto Alegre, Brasil. 26-30.

CLAYTON, M., AMOS, N. D., BANKS, N. H. and MORTON, R. H. 1995. “Estimation of apple fruit surface área”, *New Zealand Journal of Crop and Horticultural Science*, v.23, p.345-349.

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO – UFRN. Ajuste de curvas. Disponível

em: www.dca.ufrn.br/~diogo/FTP/dca0304/ajustedecurvas.pdf. Acesso em 29 de novembro de 2013.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA - UFPR. Mecanismos de transferência de calor. Disponível em: <http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap2/cap2-9.html>. Acesso em 28 de novembro de 2013.

ESALQ – USP. Indução artificial da floração na cultura do abacaxi. Disponível em: www.esalq.usp.br/cprural/boaspraticas.php?boa_id=89. Acesso em 19 de fevereiro de 2014.

IBGE. Levantamento Sistemático da Produção Agrícola. Dezembro de 2013. Disponível em: [ftp://ftp.ibge.gov.br/Producao_Agricola/Levantamento_Sistematico_da_Producao_Agricola_\[mensal\]/Fasciculo/2013/lspa_201312.pdf](ftp://ftp.ibge.gov.br/Producao_Agricola/Levantamento_Sistematico_da_Producao_Agricola_[mensal]/Fasciculo/2013/lspa_201312.pdf). Acesso em 19 de fevereiro de 2014.

MARINELLI, M. F. 2002. Método de quadrados mínimos. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Santa Catarina.

PADUA, J. T., OLIVEIRA, M. P., SILVA, L. A. F., VIEIRA, L. S., FIGUERÊDO, E. J., MORALES, D. C. S. P., CARRIJO, L. H. D. and

MARTINS, A. F. C. 2003. “Efeito de métodos de castração e do uso de vermífugos sobre o ganho em peso de bovinos mestiços leiteiros”, *Ciência Animal Brasileira* v. 4, n. 1, p. 33-43.

PORTAL G1 TOCANTINS. Plantio do abacaxi no Tocantins inicia com o período chuvoso. Disponível em: <http://g1.globo.com/to/tocantins/noticia/2013/11/plantio-do-abacaxi-no-tocantins-inicia-com-o-periodo-chuvoso.html>. Acesso em 19 de fevereiro de 2014.

crescimento de bovinos da raça Gir no Brasil”, *Rev. bras. zootec.*, 29(4): 1014-1019.

SANTOS, C. 2005. A. Estudo da transferência de calor durante o congelamento de cortes de aves em caixas de papelão ondulado. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.

SILVA, E., JÚNIOR, T. Y., JÚNIOR, R. A. B., LOPES, M. A., DAMASCENO, F. A. and SILVA, G. C. A. 2009. “Desenvolvimento e validação de um modelo matemático para o cálculo da área superficial de frangos de corte”, *Eng. Agríc., Jaboticabal*, v.29, n.1, p.1-7.